

函館工業高等専門学校 正会員 〇渡辺 力
 長岡技術科学大学 正会員 林 正
 函館工業高等専門学校 正会員 外崎 忍

1. まえがき

本研究では、節点帯板法(NSM)を弾性座屈解析に用いて、局部座屈を考慮した薄肉構造物の全体座屈解析法を開発する。節点帯板法では、帯板要素にFEMと同じ節点自由度を付加した要素を用いるので、長手方向に任意に分割でき、有限要素との結合も容易となる。このため有限帯板法の適用範囲を大幅に拡張できるとともに、局部座屈の解析では分割することで少ない級数項で高次の局部モードが精度良く得られる。また、通常の帯板法と同様に長大要素を用いることができるのでFEMに比べ全体解析に必要な自由度数も少なくなる。

薄肉構造物の計算効率を高めるために縦補剛材をオフセット・ビームで、横補剛材およびダイヤフラムを有限要素でモデル化する。また、大次元の固有値問題を効率良く計算するために、節点帯板要素を組立てたブロック要素の段階で節線自由度を動的縮小法を用いて縮約し、この縮小されたブロック要素を用いて構造全体の固有方程式を作成する。本報告では、数値計算を行って本解法の精度と適用性を検証した結果について報告する。

2. 節点帯板法による座屈解析

平板の座屈解析に用いる節点帯板要素は、図-1に示す10個の節点と5本の節線を有するMindlin要素とする。変位関数には文献1), 2)と同じ関数を用いる。

節点帯板要素内の任意点のひずみ成分は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_x, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

節点の一般化変位に対応する一般化力を q_0 、節線の一般化変位に対応する一般化力を q_m とし、全ポテンシャルエネルギー π を停留の原理に用いると次の節点帯板要素の平衡方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} [k_{00} + k_{G00}] d_0 + \sum_n [k_{0n} + k_{G0n}] d_n &= q_0 \\ [k_{m0} + k_{Gm0}] d_0 + \sum_n [k_{mn} + k_{Gmn}] d_n &= q_m \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 k_{00}, k_{0n} などは節点帯板要素の線形の剛性行列であり、 k_{G00}, k_{G0n} などは幾何剛性行列である。

3. 薄肉構造物の座屈解析

図-2に示す様な節点帯板要素の節線に平行に取付けられた縦(水平)補剛材をオフセット・ビームとして、節線に直交するように取付けられた横(垂直)補剛材は有限要素によりモデル化を行う。

また、全体解析を行うに際して、薄肉構造物を構成する基本要素には、節点帯板要素、補剛材要素の他に、有限要素を用いる。これらの要素を用いて任意の荷重に対して線形解析を行い初期応力の計算を行ったあとの、座屈解析の手順を説明する。まず、式(2)の節点帯板要素と補剛材要素の平衡方程式を用いて、ブロック要素の平衡方程式を組立てる。このとき補剛材要素は節点帯板要素に直接取付けられ、節点帯板要素は節点と節線で相互に結合される。この段階で節線自由度をGuyanの静的縮小法を用いて消去するか、動的縮小法を用いて n_c 自由度に縮小する。この節線自由度を消去あるいは縮小したブロック要素をいくつか用いて全体剛性(幾何)行列を作成する。最後にダイヤフラムの有限要素を組み込んで次に示す構造全体の固有方程式が得られる。

$$[K + \lambda K_G] = 0 \quad (3)$$

式(3)の固有値問題の数値計算にはサブスペース法を、幾何剛性行列の計算には、Gaussの数値積分を用いる。

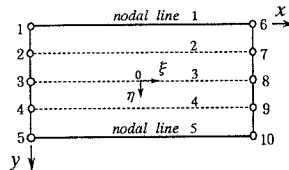


図-1 節点帯板要素

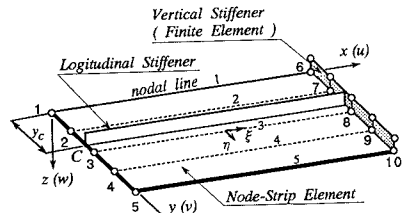


図-2 補剛材要素

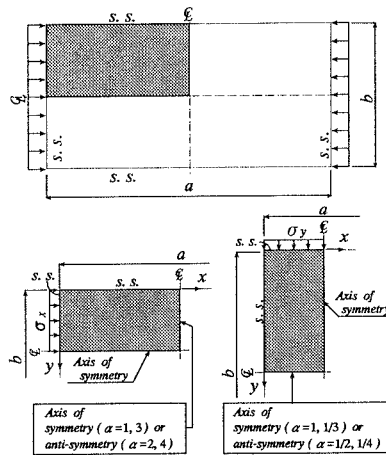


図3 純圧縮を受ける単純支持板

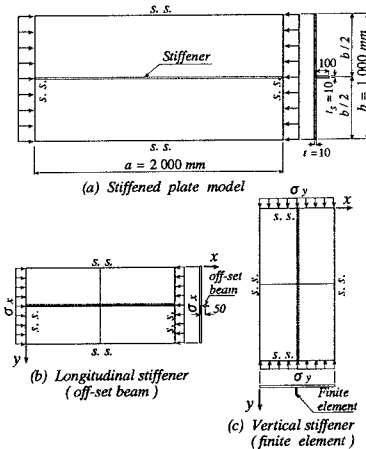


図4 補剛板

表-1 純圧縮(σ_x)を受ける単純支持板の座屈係数

α	1	2	3	4
Terms				
1	4.007	4.200	5.550	6.249
2	3.998	4.002	4.065	4.456
3	3.997	3.998	4.003	4.018
4	3.997	3.997	3.998	4.003
5	—	3.997	3.997	3.998
Analytical	4.000			

表-2 純圧縮(σ_y)を受ける単純支持板の座屈係数

α	1	1/2	1/3	1/4
Terms				
1	4.038	4.038	4.044	4.057
2	3.998	3.998	4.004	4.018
3	3.997	3.997	4.003	4.018
4	3.997	3.997	4.003	—
Analytical	4.000			

表-3 補剛板の座屈係数

stiffener	Strip	Beam	FEM
Terms			
1	20.89	20.31	19.13
2	18.61	18.75	17.74
3	17.31	17.52	17.48
4	17.29	17.48	17.48
5	17.29	17.47	—
FEM	17.32		

4. 数値計算例

(1) 純圧縮を受ける単純支持板

図-3に示す x 軸方向および y 軸方向純圧縮応力が作用する4辺単純支持板を解析する。座屈モードの対称性・逆対称性を考慮して板の1/4領域を1要素用いて計算を行う。また、板の形状比($\alpha = a/b$)は σ_x を受ける平板では1, 2, 3, 4, σ_y を受ける平板では1, 1/2, 1/3, 1/4とした。座屈係数 k を解析解³⁾と比較する。

σ_x が作用する場合の座屈係数を表-1に示す。形状比が1~4の板に対して級数に3~5項用いれば収束しており、その収束値は解析解に比べて約0.08%程度の誤差となっている。表-2は σ_y が作用する場合の座屈係数を示したものであるが、形状比が1~1/4の板に対して級数に2項用いるとほぼ収束している。以上より形状比が1/4~4の板に対して、級数には3~5項用いれば十分であるといえる。

(2) 補剛板

図-4に示す4辺単純支持された補剛板に圧縮応力が作用する場合について、全体を2×2に分割して解析する。ヤング係数およびポアソン比は平板、補剛材ともに $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 0.3とした。縦補剛材を節点帯板要素(Strip)、図-4(b)の縦補剛材を棒要素(Beam)、図-4(c)の横補剛材を有限要素(FEM)として取り扱った3つのモデルについて解析した結果を細分割したFEM解⁴⁾(40×80分割、補剛材は8×80分割)と比較する。なお、補剛材を節点帯板要素でモデル化するStripでは補剛材を6節点要素^{1),2)}を用いて1×2に分割し、補剛材を有限要素でモデル化するFEMでは8節点アイソパラメトリック要素を1×4に分割する。

座屈係数 k の計算結果を表-3に示す。補剛材をNSMでモデル化した場合は級数に4項用いると収束しており、その値は細分割したFEM解と0.2%の誤差である。棒要素でモデル化したときは約4項で、FEMでモデル化したときは約3項で収束しており、そのときの誤差は1%程度である。

節線自由度の縮小を行った全体解析法を用いた解析例は当日発表する。

参考文献

- 1) 林 正・坂口隆紀: Mindlin節点帯板要素による厚板と薄板の曲げ解析, 土木学会論文集, No.459/I-22, 1993.
- 2) 林 正・渡辺 力: 節点帯板法による薄肉構造物の立体解析, 構造工学論文集, Vol41A, 1995.
- 3) Column Research Committee of Japan: Handbook of structural stability, Corona publishing company, Part III PLATES, 1971.
- 4) 汎用非線形構造解析システム FINAS version 12.0 使用説明書: 動力炉・核燃料開発事業団, 1993.