

構造材料の配分最適化手法と補強構造

東京電力株式会社 正会員 実広 拓史
北海道大学工学部 正会員 佐々木康彦

1. まえがき

連続体の形状あるいは位相(トポロジー)を含めた形態の最適化問題は、構造物や機械の設計に関連した重要な問題の一つであり、その最適化手法は多くの設計者の関心を集めている。最近では、菊地らが均質化法を用いて、位相を含めた形態最適化問題(レイアウト最適化問題)を材料の分布あるいは配分の最適化問題に置き換える手法を提案している¹⁾。本研究では、均質化法に準じて構造材料に微細構造の周期性を仮定し、体積比制約のもとで目的関数である平均コンプライアンスを最小化する問題に最適性規準法を適用して、補強構造のレイアウト最適化に関する基礎的な数値解析を行った。

2. 構造材料の微細構造

均質化法では、図1に示すように周期性をもつ多孔質状の微細構造を仮定し、さらにその構成要素として単位微細構造(ユニットセル)を考える。すなわち、レイアウトする領域を「設計領域」と呼ぶと、そこに微小な長方形孔を無数に開けることで“多孔質体”を形成し、その微細構造を定義するユニットセルの孔の大きさを変化させることで多孔質の度合いを決める。また相対的な孔の大きさだけでなくユニットセルを最適な方向に回転させることにより、非常に自由度の大きい多孔質を作り出すことができる。そして、設計領域における任意点での微細構造を決定する長方形孔の正規化した寸法 a 、 b およびユニットセルの回転角 θ が設計変数となる。

3. 材料の配分最適化手法

3.1 最適配分問題の設定 この最適化問題では設計領域における「平均コンプライアンス」を目的関数に選び、その最小化をめざす。これは、構造剛性の最大化を意味する。また、設計領域に全く孔の開いていない状態に対する使用可能な材料の「体積比」を制約条件とする。設計変数は前述のようにユニットセルの「長方形孔の寸法 a 、 b と回転角 θ 」である。

3.2 最適化プロセス 構造材料の配分最適化に際して、最初に設計領域を有限要素法で離散化する。この最適配分問題の解法プロセスの概要は以下のとおりである。

- ① 設計変数(およびラグランジュ乗数)の初期値設定
- ② 均質化弾性定数の算定
- ③ 有限要素法による静的応力解析
- ④ 最適性規準法²⁾に基づく設計変数の更新
- ⑤ 手順②～④の反復計算・収束判定

以下では2次元弾性問題を考える。ユニットセルの回転前の均質化弾性定数 $E^{H_{ijkl}}$ について、均質化法では理論解析および補間多項式によるが、本研究では簡単のために、 $E^{H_{ijkl}} = (1-a)(1-b)E_{ijkl}$ という近似式を用いた。ここで、 E_{ijkl} は等方性材料とした実質部分の弾性定数である。この $E^{H_{ijkl}}$ に角度 θ の座標変換を施して最終的な均質化弾性定数 $E^{G_{ijkl}}$ を求める。有限要素法においては、4節点の長方形要素(平面

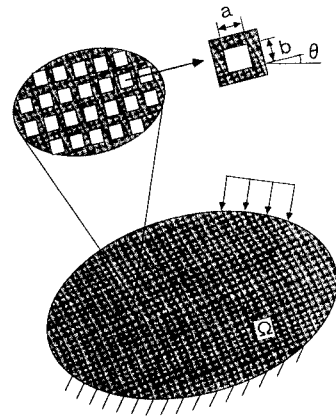


図1 設計領域における微細構造と設計変数

応力状態)を使用した。また、最適性規準法では平均コンプライアンスを表す目的関数と使用材料の体積比を与える制約条件から構成されるラグランジュ関数の停留値を最適性規準とする。そして、この最適性規準を満足するような漸化式に基づいて設計変数およびラグランジュ乗数を更新・反復計算を進める。

4. 数値解析例

数値解析モデルとしては、図2に示すように“主体構造”である先端に集中荷重を担う「片持ち梁」およびその上部空間に“補強構造”を探るための領域を設定したものである。設計領域には片持ち梁部分も含めるが、最適化過程では全く孔の開かない固体領域とするため、多孔質領域は上部補強空間だけである。

設計領域の寸法は縦40cm、横60cm、厚さ2cm、要素分割数は縦12×横18である。また、実質部分の材料は等方性とし、その弾性係数 $E = 2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。先端荷重は下向きに $P = 100 \text{ kgf}$ である。使用材料の体積比の制約条件に関しては、多孔質領域での体積比を40%および60%とし、体積比の相違による補強構造の比較検討を行った。なお、各有限要素の設計変数である長方形孔の寸法a、bの初期値については、最適化の収束を早めるために前述の規定した体積比に一致するような値を全要素に設定した。

図3に最適化過程における体積比の推移と平均コンプライアンスの収束状況を示す。これらの結果から体積比40%および60%いずれの場合も、体積比がほぼアクティブな制約条件として作用すること、平均コンプライアンスの数値が漸次単調減少しながら材料配分の最適化が進行していくことがわかる。

先端に集中荷重を担う片持ち梁の補強構造に関する最適化結果を図4(a)、(b)に示す。これらの結果は、各要素での長方形孔の寸法から算定する正規化した無次元密度 $\rho = 1 \cdot (1 - ab)$ を五段階の濃淡で表示したものである。(a)体積比40%の場合は、片持ち梁の先端と固定壁上部とを連結する直線上に材料が帯状に配分されることがわかる。これに対して、(b)体積比60%の場合は使用材料に余裕があるため、前述の補強構造をさらに強化するとともに、片持ち梁の固定端付近を支持する新たな構造が発生していることが特徴的である。

参考文献

- 1) Suzuki, K. and N. Kikuchi, A homogenization method for shape and topology optimization, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., 93(1991), 291-318.
- 2) Venkayya, V.B., Optimality criteria: a basis for multidisciplinary design optimization, Comput. Mech., 5(1989), 1-21.

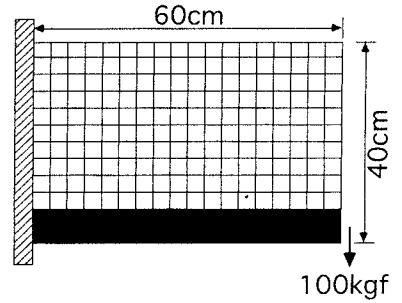


図2 数値解析モデル

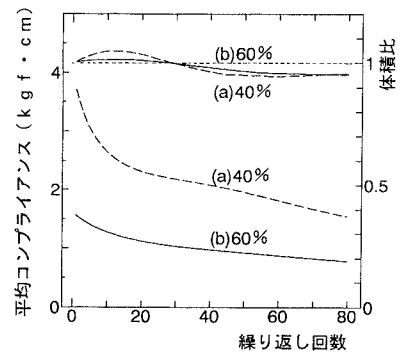


図3 体積比の推移と平均コンプライアンスの収束状況

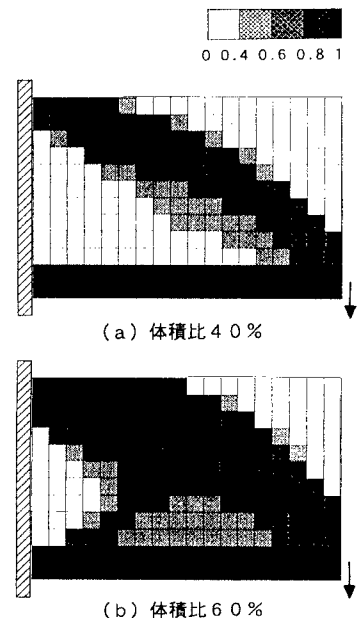


図4 片持ち梁と補強構造