

I - 195

損傷場を含む連続体材料非線形問題の数値解析に関する基礎的研究

 東京ガス（株） 正員 酢谷 郁雄
 法政大学工学部 正員 武田 洋

1.はじめに 種々の連続体力学の問題に対する有限要素解析のための数値アルゴリズムやモデル化に対する研究は、過去20年間、精力的に行われており、有益な成果を得ている。一方、構造物の設計の際、安全性と経済性の面から限界状態がどのようなものであるか明らかにしておく必要がある。実際に構造物が限界状態に近づくと内部に微視的な亀裂である損傷が発生する。このような現象を表現するには、従来の弾塑性モデルに加え、損傷場を考慮した、より現実の現象に近いモデルを構築する必要がある。本研究では、ひずみと損傷が連成した構成方程式に対する材料非線形問題の一般的な有限要素の定式化を行う。また、構成方程式を積分するための数値スキームであるリターン・マッピング・アルゴリズム[1]を採用し、その結果から大きな荷重増分による計算が可能であるか、安定性と精度について検討する。更に、損傷材料に対するポストプロセッサによる応力-ひずみレベルでの解析例と実際の有限要素法による損傷進展の様子を示す。

2.構成方程式 損傷とひずみが連成した場合のひずみ増分 $\Delta\varepsilon$ と応力増分 $\Delta\sigma$ の関係を決定する陽的な表現[2]は次式のようにになる。

$$\{\Delta\sigma\} = \left[[E] - \frac{[E]\{N\}\{N_D\}^T[E]}{A + \{N_D\}^T[E]\{N\}} \right] \{\Delta\varepsilon\} \quad (1)$$

ここで $[E]$ は適応型接線剛性テンソル[1]であり、次のように示される。 $[E]$ は弾性構成マトリックス、 $\Delta\lambda$ は塑性増分乗数である。

$$[E] = \left[[E]^{-1} + \Delta\lambda \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} \right] \right]^{-1} \quad (2)$$

また $\{N\}$ は応力による散逸ポテンシャルの微分項で、 $\{N_D\}$ は降伏関数 F の微分項であり、式(1)における A は次式で与えられる。

$$A = \left[X_\infty \gamma - \frac{3(\bar{\sigma}'_{ij} - X'_{ij})}{2\bar{\sigma}} \left(\gamma X'_{ij} + \frac{\bar{\sigma}'_{ij}}{1-D} \frac{Y}{S} \right) + b(R_\infty - R) \right] \quad (3)$$

ここで $b, \gamma, X_\infty, R_\infty$ は材料定数で、 R は等方硬化変数、 X'_{ij} は偏差背応力テンソル、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 $\bar{\sigma}'_{ij}$ は $\bar{\sigma}'_{ij} = \sigma'_{ij}/(1-D)$ とする偏差有効応力テンソルである。損傷進展則[3]は以下の式で示される。

$$\Delta D = \frac{Y}{S(1-D)} \Delta\lambda \quad (4)$$

ここで ΔD は損傷増分であり、 Y はひずみエネルギー解放率、 S は損傷材料強度である。

3.損傷局所連成解析 切欠きやくびれなどに代表されるような、応力集中をもたらす形状を有する部材の損傷解析例を次に示す。
 [延性損傷の場合] 図1は延性損傷の場合の応力とひずみと損傷の進展する様子を解析した結果である。ひずみ履歴と塑性開始応力の組み合わせをそれぞれ $\varepsilon_{11}(\%) \{0, 0.25, 1.5, 5\}$ 、 $\sigma_s(MPa) \{200, 300, 400, 500\}$ と与え、応力と損傷を計算する。材料データはステンレス鋼のもので、ヤング係数 $E = 200000 MPa$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、疲労限界応力 $\sigma_f = 200 MPa$ 、降伏応力 $\sigma_y = 300 MPa$ 、終局応力 $\sigma_u = 500 MPa$ 、損傷強度 $S = 0.06 MPa$ 、損傷開始ひずみ $\varepsilon_{PD} = 10\%$ 、限界損傷 $D_c = 0.99$ を用いた。

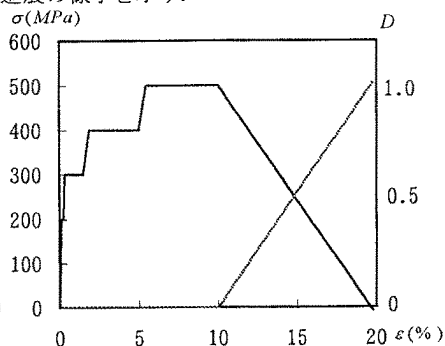


図1 応力・損傷-ひずみ進展図

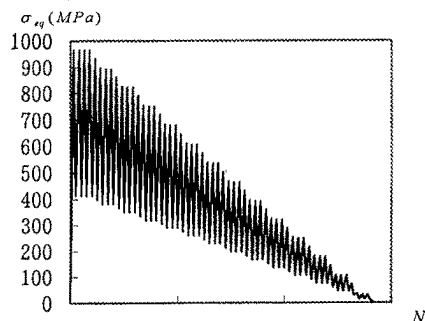


図2 相当応力とくり返し回数の関係図

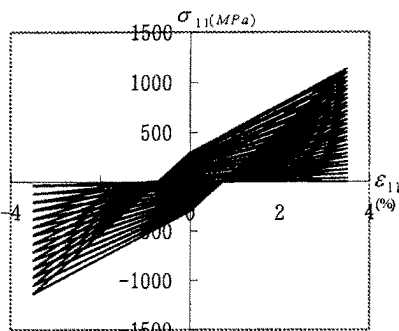


図3 応力-ひずみ履歴ループ

[くり返し疲労の場合] 損傷の進展を伴ったくり返し疲労の解析例を示す. ここではひずみの一定振幅 $\varepsilon_{11} = \pm 3.5\%$, $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\nu\varepsilon_{11}$ を与え破壊寸前までの計算を行った. 使用した材料はアルミニウム合金を想定し, ヤング係数 $E = 72000\text{MPa}$, ポアソン比 $\nu = 0.32$, 疲労限界応力 $\sigma_f = 303\text{MPa}$, 降伏応力 $\sigma_y = 306\text{MPa}$, 終局応力 $\sigma_u = 500\text{MPa}$, 損傷強度 $S = 6\text{MPa}$, 損傷開始ひずみ $\varepsilon_{PD} = 10\%$, 限界損傷 $D_c = 0.99$ を用いた. この解析ではくり返し数 N が28回で破壊に至っている. 図2は相当応力 σ_{eq} とくり返し数 N との関係を示したもので, 損傷が発生してから相当応力が軟化してる様子を示している. 図3は応力 σ_{11} とひずみ ε_{11} の履歴ループを示したものである. また, 図4はひずみ ε_{11} とくり返し数 N の関係を示しており, 図5は累積塑性ひずみ P と損傷 D がくり返し回数に応じて進展していく様子を示している.

4. 損傷有限要素解析 図6に示すような節点数160, 要素数133にメッシュ分割した円孔を有する平板の1/4片を平面ひずみ問題として損傷解析を行った. 境界の拘束条件として平板上端部に鉛直方向の強制変位を与えた. 材料データはヤング係数 $E = 7000\text{MPa}$, ポアソン比 $\nu = 0.3$, 降伏応力 $\sigma_y = 24.3\text{MPa}$, 損傷強度 $S = 0.06\text{MPa}$, 損傷開始ひずみ $\varepsilon_{PD} = 10\%$, 限界損傷 $D_c = 0.99$ である. 図6は損傷を色の濃淡で示している. 最大損傷 $D_{max} = 0.95$ である. 図6と図7はそれぞれ最終荷重状態での変位と損傷の値を図化したものである. 図6と図7を比較してみると変位の大きい要素に大きな損傷が発生していることがわかる. このように本研究におけるモデルによって損傷場に至るまでの解析が可能であることが確認された. しかし, 実際の材料実験等での比較が必要であると言える.

5. おわりに 本研究において損傷材料に対する連続体理論に基づく完全構成モデルを開発することができた. また構成方程式に対して提案した積分スキームによって高い安定性と精度を保持し, 大きな荷重増分計算を可能にした. 更に, 有限要素解析により構造物の損傷の進展の様子を明らかにすることができた. 今後, 多くの解析例を示すことが必要であり, 金属やコンクリート, 岩盤といった異方性を有する実際の工学材料に対する非線形問題への適用性と各材料パラメータの決定方法について検討を加えることが望まれる.

[参考文献] 1) J.C.Simo and R.L.Taylor, Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, **48**, 101-118 (1985). 2) I.Suya and H.Takeda, Computational analysis of material nonlinear problems by continuum damage mechanics, *Non-linear analysis and design for shell and spatial structures*, 85-88 (1993). 3) J.Lemaitre, *A course on Damage Mechanics*, Springer-Verlag, (1992).

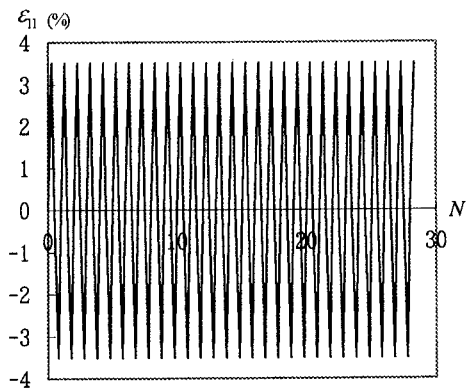


図4 ひずみとくり返し回数の関係図

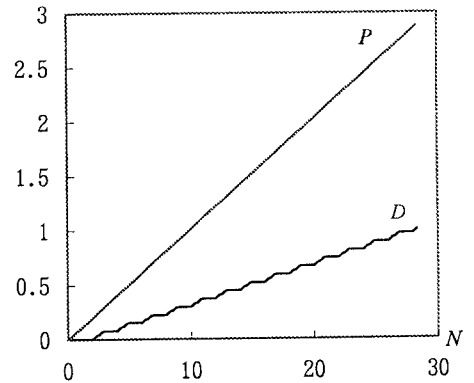


図5 累積塑性ひずみおよび損傷進展図

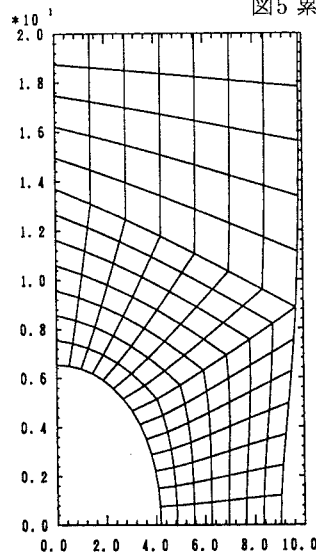


図6 損傷場の変位メッシュ図

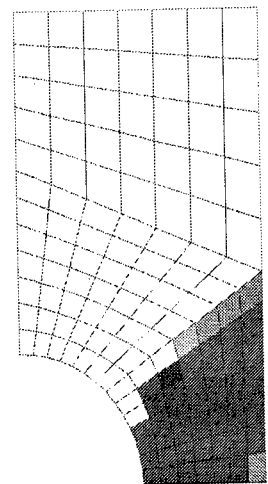


図7 損傷進展図