

I - 190

## クラック先端が異種材料接合部にある場合の応力特異性

松江工業高等専門学校	正員 浜野 浩幹
山梨大学	正員 平島 健一
中国電力（株）	正員 朝日 宏
長岡技科大修士	石田 知久

## 1. 緒 言

異種材料接合界面にクラックが存在する複合材料のクラック先端の応力特異性に関しては多くの研究者によって解析されてきている。しかし、これらは、クラック両縁の境界条件、異種材料接合部での連続条件等により8元ないし12元以上の連立方程式となり、その係数が作る行列式の特異解を求めるのは容易ではないため、限定された形の系にしか適用されていない。

本研究では、図1に示すような4種類の異種材料の結合界面にクラック先端がある最も一般的な系について、クラック先端の特異解をその特性行列式から直接求めることを試みたものである。これらの特異解は面内の破壊モード、すなわち、モードⅠ、モードⅡに対応するものである。

一般に、これらの系から得られる特異解は一つとは限らず、異種材料の弾性係数の組み合わせによっては複数個存在するか、あるいは複素数になる場合がある。この解を求める方法としては従来から区間排除法等の手段が用いられているが、この方法は整理された特性方程式の形が必要であるため、特性行列式を展開して特性方程式を求める必要がある。しかし、任意境界条件の場合や混合モードになるような場合には、その特性行列式の構成要素はかなり複雑になって特性方程式に展開することは多大の労力を要するか、不可能に近いものと思われる。したがって、特性行列式から直接根を求めることができれば、解析がきわめて簡単化されることになる。

以上のことから、ここでは割線法の一種であるMullerの方法によって根を求める。この方法は2次曲線で3点を補間する方法をとっており、指定した範囲の根を実根、複素根の区別なく計算できるためきわめて有用な解法である。

## 2. 特性方程式および数値計算例

文献1)で導いた基本式に、図1に示すような任意の開き角( $2\pi-\phi$ )を持ち、弾性係数 $G_i, \nu_i$ ( $i=1,4$ )の異なる4種類の部材がクラック先端に接している一般的な系を考える。クラック両縁で応力自由の境界条件、各部材の接合境界で応力、変位の連続条件の計16個の条件が得られる。これらの条件を変位、応力の式に適用し整理すれば、積分定数 $a_{ij}$ ( $i,j=1,4$ )に関する16元の同次式が得られ、これらの積分定数が有意な解を持つためにはその係数行列式の値が零となればよい。したがって、この行列式を解くことによって得意解 $\lambda$ を求めることができる。

数値計算例として、図1に示す各部材の接合角度を $\phi_1=-20^\circ, \phi_2=0^\circ, \phi_3=60^\circ$ とし、ポアソン比 $\nu_i$ ( $i=1,4$ )を0.3として、 $G_1=G_4=10.0, G_2=G_3=1.0$ および $G_1=G_4=1.0, G_2=G_3=10.0$ とした場合の得意解をそれぞれ図2,3に示す。ただし、これらの図では異種材接合部に塑性流れ

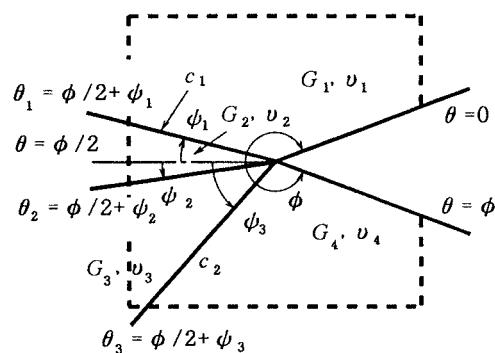


図1. クラックの存在する異種材  
結合部材。

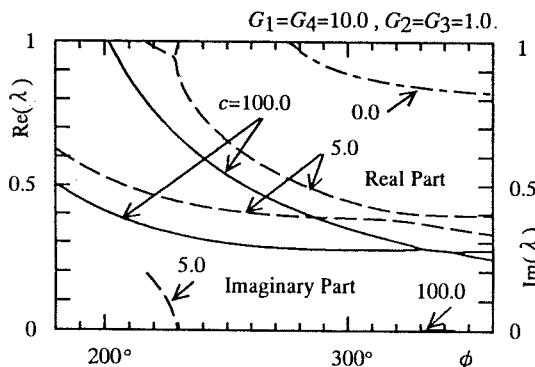
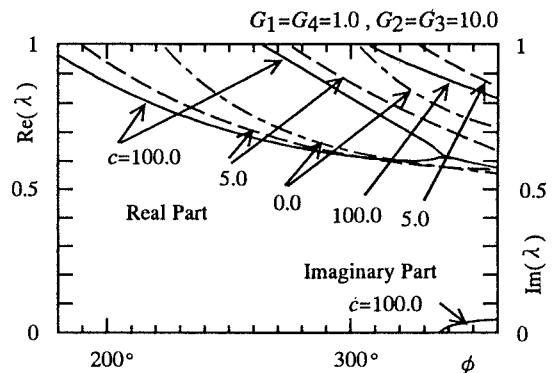
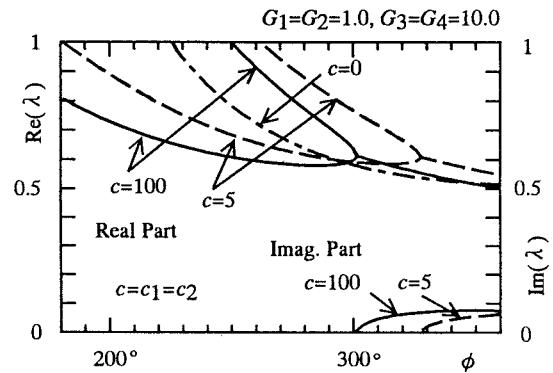
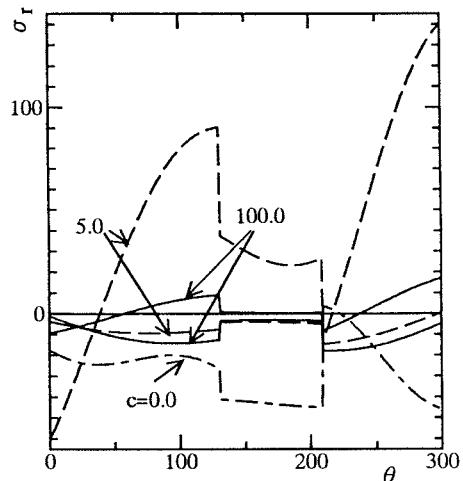
を生じて降伏した場合を明らかにするため文献3)で導入した滑り係数パラメータを考慮した場合を示しており、 $c=0$ の場合は完全滑りの状態、 $c=100$ の場合は完全接合の状態を表す。また、図4は $G_1=G_2=1.0, G_3=G_4=10.0$ とした場合の特異解である。これらの図において完全接合 $c=100$ の場合は従来までの解に一致している<sup>1)</sup>。図2では完全すべりの場合は1実根のみであるが、 $c=100.0$ の完全接合の場合は2実根から1実根になって再び2実根になっており、1実根の範囲では複素根が得られている。中間の $c=5.0$ の場合は $230^\circ$ 付近では3実根となっており、上側の曲線では対応して複素根が出現している。図3では完全接合の場合のみ複素根が得られており、また、図4では完全すべりの場合以外は複素根が得られている。また、図5は図2の特異解 $\lambda$ の $\phi=300^\circ$ における応力分布 $\sigma_r$ を表す。

### 3. 結 言

特異解は行列式の形のまま求めることができ、指定した範囲の実根、複素根をすべて計算することができるようになっているため、特性方程式に展開する過程が不要となる。

### 参考文献

- 1) 平島、浜野、広瀬、木村：日本機械学会論文集、57-535,A(1991),
- 2) Cook,J.S.& Erdogan,F., *Stress in bonded materials with a crack perpendicular to the interface*, Int. J. Sci., 10,667-679,(1972).

図2.  $\phi_1=-20^\circ, \phi_3=60^\circ$  の場合の特異解  $\lambda$ .図3.  $\phi_1=-20^\circ, \phi_3=60^\circ$  の場合の特異解  $\lambda$ .図4.  $\phi_1=20^\circ, \phi_3=60^\circ$  の場合の特異解  $\lambda$ .図5.  $\phi=300^\circ$  の場合の応力分布  $\sigma_r$ .