

## 薄板の曲げ問題の変位拘束の残留応力により生ずるクラックの発生およびその方向

大林組 正員 中島 将貴 J R 東海(株) 正員 三輪 昌弘  
 名工大 正員 長谷部 宣男 日本車輌(株) 正員 村瀬 義昭  
 ヒメノコンサル 正員 中村 卓次

まえがき

荷重の作用下で、板に補剛材などを取り付けたり、補修のために溶接などで新たに変位拘束を与えたのち、作用している荷重が変化すると（例えば、除荷されると）残留応力が生ずる。このような残留応力が存在し、新たに荷重が作用した一般の応力状態においてクラックの発生条件およびその発生方向を調べる。有理写像関数と複素応力関数を用いた方法により、微小クラックの応力拡大係数及びひずみエネルギー解放率を求め、クラックの発生条件とクラックの発生方向を解析する。

2. 変位拘束の残留応力により生ずるクラック発生問題

ここでは、解析するモデルとして次のような状態を考える。まず、一様曲げモーメント  $M_0$  が作用する半無限板に、載荷し変位を生じたままで自由境界の一部の変位を拘束する（図1-a）。変位拘束の条件には、固定（2方向のたわみ角が零で与えられる）を考える。残留変形を与えた後に荷重  $M_0$  を除荷すると（図1-b）、変位拘束の影響で変位境界の周囲に残留応力が生ずる（図1-c）。残留応力は変位境界の端部で最大の応力集中を生じ、クラック発生の可能性が考えられる（図2-c）。残留応力が発生している状態からさらに荷重  $M_1$  が作用し、残留応力と荷重  $M_1$  の影響により変位境界の端部からクラックが発生する可能性も考えられる（図3）。

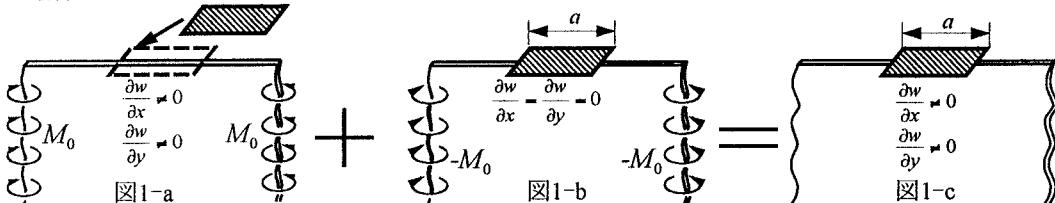


図-1 変位拘束による残留応力（クラック発生前）

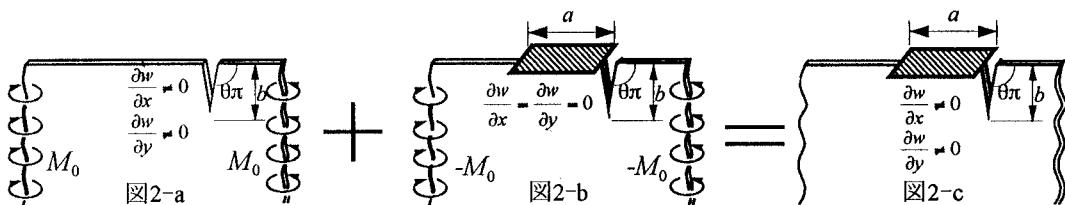


図-2 変位拘束による残留応力（クラック発生後）

本論文では重ね合せの原理を利用してこれらの状態を表す。

すなわち、図1-cの荷重が完全に除荷され変位拘束による残留応力のみが存在する状態は、図1-aの一様曲げモーメント  $M_0$  の作用する半無限板と、図1-bの境界の一部で変位拘束を受ける半無限板に図1-aと反対方向の曲げモーメント  $-M_0$  が作用した場合を重ね合わせて得られる。残留応力によるクラック

発生後の状態（図2-c）は、図2の重ね合せで得られる。図3 残留応力状態に荷重  $M_1$  が作用した状態

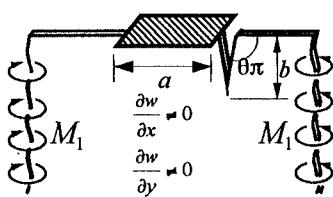


図-3の状態は、図2-cに荷重 $M_1$ が作用した場合で、従って図2-bの $M_0$ の代わりに $M_1 - M_0$ が作用した状態として得られる。

クラックが発生する角度としてひずみエネルギー解放率の最大をとる方向を考え、またその時のエネルギー解放率を求める。変位拘束端に発生したクラック発生のひずみエネルギー解放率 $G_{crack}$ はクラック先端の無次元化された応力拡大係数 $F_B$ 、 $F_S$ を用いて次式で表される[1]。

$$G_{crack} = \frac{\pi\kappa}{D(3+\nu)^2} \left[ \left\{ M_0 \left( \frac{1}{\sqrt{a/b}} F_B^{(N)} - F_B^{(K)} \right) + M_1 F_B^{(K)} \right\}^2 + \left\{ M_0 \left( \frac{1}{\sqrt{a/b}} F_S^{(N)} - F_S^{(K)} \right) + M_1 F_S^{(K)} \right\}^2 \right] \quad (1)$$

ここに添字 $N$ 、 $K$ は、それぞれ拘束の板のない場合、固定辺の場合を表す。Dは曲げ剛さ、 $\kappa=(3+\nu)/(1+\nu)$ 、 $\nu$ はポアソン比である。

### 3. 解析結果

クラック発生角度 $\theta\pi$ を変化させ式(1)から得られる $G_{crack}$ の値が最大値をとる場合の $\theta\pi$ とその時の $G_{crack}$ のグラフを図-4、5に $\nu=0.25$ で任意の荷重比 $M_0/M_1$ もしくは $M_1/M_0$ に対して示す。横軸の荷重比は $M_0/M_1$ とともに0から正負の無限大の大きさに対応する。左縦軸の $G$ は、それぞれの荷重比に対して無次元化した $G_{crack}$ (たとえば $DG_{crack}/(aM_1^2)$ など)を示している。クラック発生の $G_{crack}$ を求めるのにクラック長さ $b$ と変位拘束長さ $a$ の比 $b/a$ が0.0005、0.001のクラックの長さを用いた。

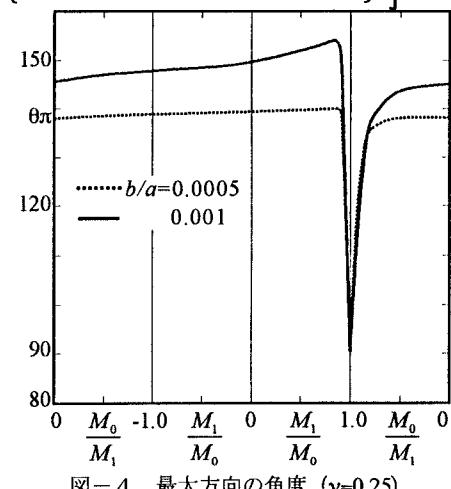
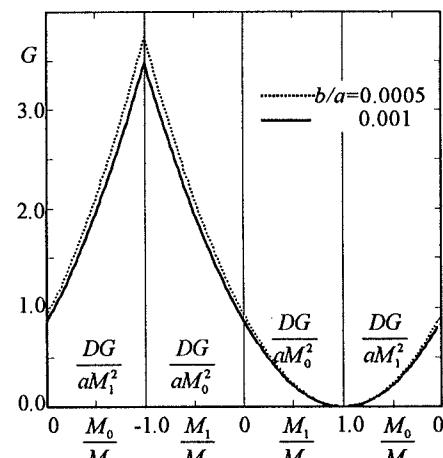
$G_{crack}$ の値が、クラック発生の破壊靱性値を越えたときクラックが発生する。 $G_{crack}$ は $M_0/M_1=-1.0$ で最大値をとりこのとき最もクラックが発生しやすく、 $M_0/M_1=1.0$ 付近では、最小の値をとり、その値はほぼ零となり最もクラックが発生しにくい。固定境界の場合、 $b/a=0.0005$ の時、クラック発生方向の角度 $\theta\pi$ は $M_1/M_0=M_0/M_1=1.0$ で $\theta=90^\circ$ となる。その付近荷重を除き $\theta\pi$ は、ほぼ $\theta=139^\circ$ となる $b/a=0.001$ の時、 $M_0/M_1=0$ の時 $\theta=145^\circ$ である。 $M_1/M_0$ が大きくなるにつれて、角度 $\theta\pi$ は徐々に大きくなって $M_0/M_1=0.9$ 付近で $\theta=154^\circ$ をとる。 $M_0/M_1=0.9$ を越えると $\theta\pi$ は急激に小さくなり $M_1/M_0=M_0/M_1=1.0$ で $\theta=90^\circ$ となる。

### まとめ

変位拘束による残留応力がある場合、クラックがどの方向に発生するか解析した。ひずみエネルギー解放率の値は $b/a$ にあまり依存しない(図-5)が、発生方向は大きく依存している(図-4)。

図-5よりクラックの発生しやすい荷重が分かる。破壊靱性値を $M_0/M_1=-1$ の $G_{crack}$ の値より大きければ破壊は生じない。

参考文献[1] N.Hasebe,"Mixed Boundary Value Problem of Plate With Crack",Journal of Engineering Mechanics, Vol.110 (1984),p.p 37-48

図-4 最大方向の角度 ( $\nu=0.25$ )図-5 エネルギー解放率(固定境界  $\nu=0.25$ )