

## I-140

## フラクタイル法に基づく設計値の決定法

○住友金属 正員 関 崇彦  
 東京大学 正員 堀 宗朗  
 埼玉大学 正員 西野文雄

## 1. まえがき

構造物の設計に際して安全性をより定量的に扱うために、破壊確率を算定して設計値を決定することが一つの候補となる。確率論に基づく破壊確率の算定法として2次モーメント法やその拡張であるラクビッツの方法が提案されているが、前者は算定の精度、後者は実用性に問題がある。破壊確率の算定精度の向上には、確率変数の分布型の考慮が必用であり、また、実用性の向上には計算労力の少ない簡便な手法が望まれる。一方、荷重の上限や強度の下限を設計に用いるという従来の設計思想に基づいて、超過確率が十分小さいものを設計値とするフラクタイル法が提案されている<sup>1,2)</sup>。この方法は確率分布の端部に着目しているため、比較的精度良く、かつ、簡便に破壊確率を算定することが可能である。この点を背景として、本研究では、フラクタイル法を2次モーメント法の枠組みで定式化し、破壊確率の算定精度・簡便性の点での有用性を示した上で、フラクタイル法に基づいた実用的な設計値の決定法を提案することを目的とする。そして、簡単な例題にこの決定法を適用して他の方法との比較を試みる。

## 2. フラクタイル法による破壊確率の算定

強度と荷重  $R \cdot S$  に関して  $R - S > 0$  を安全性照査式とした場合を例に、フラクタイル法による破壊確率の算定を整理する。強度と荷重のフラクタイル  $e_R \cdot e_S$  が与えられると、 $R \sim N(\bar{R}, \sigma_R)$   $S \sim N(\bar{S}, \sigma_S)$  の仮定の下、設計値は  $R^* = \bar{R} + \Phi^{-1}(e_R)\sigma_R$   $S^* = \bar{S} + \Phi^{-1}(e_S)\sigma_S$  となる。この結果、破壊確率  $P_f$  がフラクタイルを用いて算定される。この破壊確率と2次モーメント法とラクビッツの方法での破壊確率は

$$\Phi^{-1}(P_f) \approx -\frac{(\Phi^{-1}(e_R) - \Phi^{-1}(e_S))}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}, \quad -\frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}, \quad -\frac{\bar{R}^* - \bar{S}^*}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

となる。 $\Phi^{-1}$  が付いた記号は、設計値で計算された  $R$  や  $S$  の確率分布に等価な正規分布の平均と分散であり、等価な正規分布が非線形方程式の解となるため繰り返し計算が必要である。

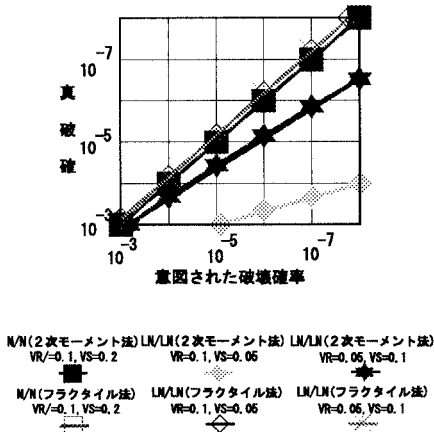


図1 破壊確率の算定の精度

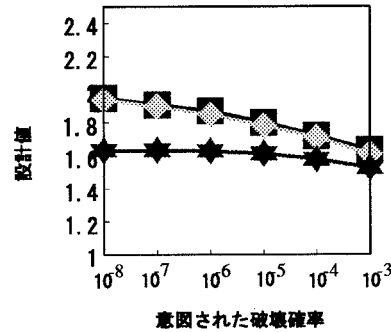


図2 破壊確率を満たす設計値の算定の精度

## 破壊確率の算定精度

確率分布形の算定精度を調べるために、フラクタイル法と2次モーメント法で設計値を求めて、設計段階で

意図した破壊確率と設計によって実現する破壊確率を比較した。簡単のため  $R$  と  $S$  は対数正規分布することを仮定し、 $\bar{S} = 1$  とする。また、フラクタイル法では  $e_R = e_S$  とした。荷重と強度の変動係数  $V_S \cdot V_R$  を変えて計算した結果を図-1に示す。また設計値を正しい破壊確率を与える設計値と比較したものが図-2である。

### 統計情報の確からしさの考慮

複数の設計変数を決定する際、データ数の違い等により設計変数の統計情報の確からしさは必ずしも同じではない。フラクタイル法では、確からしさに欠ける設計変数に比較的大きなフラクタイルを与えることで、統計情報の差を考慮することが可能である。例として、対数正規分布する強度  $R_1$  と  $R_2$  において  $R_1$  の確からしさが高い場合を考える。簡単のため  $R_1$  と  $R_2$  の平均値を 1 とし、 $R_1$  のフラクタイル  $e_1$  が  $e_{R1} = P_f$  を満たす条件で、計算された  $R_2$  のフラクタイル  $e_2$  を図-3に示す。 $e_{R1}$  に比べて  $e_{R2}$  が大きくなり、統計情報の確かな設計変数に確率的により厳しい条件を、逆に不確かな設計変数に緩やかな条件を与えることとなる。

### 3. 設計値決定手順

複数の設計変数を決定する際、フラクタイル法では指定された破壊確率を満たすよう、各変数のフラクタイルを決定することになる。フラクタイル法の2つの特徴をもとに、より適切なフラクタイルを選び合理的に設計値を決定できるように、次のような方針を提案する。

- 1) 条件毎に破壊確率  $P_f$  の変更は許すものの、材料強度に関するフラクタイルは原則として一定値とする。
- 2) 簡単に決められる設計変数から順に決めていく。
- 3) 統計データが少ない場合、適切なフラクタイルを最初に設定してからその値に対応するよう設計値を決める。
- 4) どうしても設計値が決まらない設計変数は、過去の経験を参考にして設計値を決める。

簡単なフラクタイル法の適用例として、荷重  $P_1 \cdot P_2$  と断面積  $A$  の3つの設計変数に対し、非線形の安全性照査式  $(P_1 + P_2)/A < 1$  が課せられた場合を考える。フラクタイ

ル法・2次モーメント法・ラクビッツの方法により設定された破壊確率の下で設計値を決定し、その結果構造物が持つ得られる破壊確率を計算した。設計変数は対数正規分布に従うとし、平均が  $\bar{P}_1 = 1$  と  $\bar{A} = 1$ 、変動係数が  $V_A = 0.01$ 、 $V_{P1} = V_{P2} = 0.10$ 、破壊確率が  $P_f = 10^{-5}$  の場合の結果を表-1に示す。なお、フラクタイル法では  $P_1$  と  $A$  のフラクタイルを  $e_{P1} = 10^{-6}$  と  $e_A = 10^{-5}$  と設定した。

表-1に示すように、フラクタイル法では破壊確率が最も設定された値に近くなっていることが分る。また、ラクビッツの方法で必要とされる繰り返し計算もなく、計算の労力も少なくすむため、実用的にも適用可能と思われる。

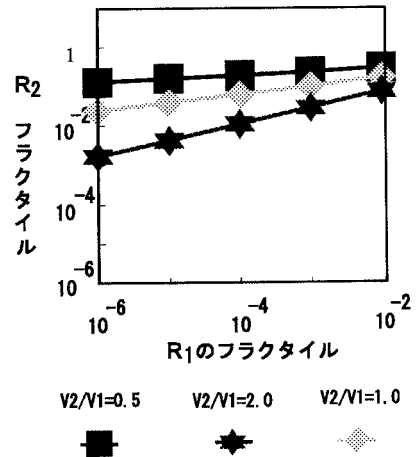


図3  $R_1$  と  $R_2$  のフラクタイル

表1 設計値と破壊確率

|          | $A^*$ | $P_1^*$ | $P_2^*$ | $\bar{P}_2$ | $P_f$                 |
|----------|-------|---------|---------|-------------|-----------------------|
| フラクタイル法  | 1.77  | 1.69    | 0.85    | 1.45        | $7.43 \times 10^{-6}$ |
| 2次モーメント法 | 1.82  | 1.72    | 1.03    | 1.52        | $6.25 \times 10^{-4}$ |
| ラクビッツの方法 | 1.79  | 1.70    | 1.01    | 1.47        | $9.24 \times 10^{-5}$ |

### 参考文献

- 1) 伊藤 学他：土木、建築のための確率、統計の応用、丸善 (1988)。
- 2) 佐藤 尚次他：多段階分析による非線形破壊基準の処理について、構造工学論文集、Vol.34A、(1988)。
- 3) 関 崇彦：フラクタイル法に基づく設計値決定手順、東京大学工学部修士論文 (1995)。