

不完全合成板の有限要素解析

山口大学工学部 学生員 ○ 山本 直子

山口大学工学部 正会員 浜田 純夫

1. まえがき

現在、異種材料を重ね合わされた複合構造の開発が盛んに行われており、中でも鋼とコンクリートとの合成構造が経済性などから最も現実的であり、土木構造物にかなり利用されている。合成桁や合成床版は、コンクリートと鋼材をジベルによって一体化した構造であるが、実際にはジベルの変形などによりコンクリートと鋼との間にずれが生じ、完全に一体化されていないことから、完全合成板と重ね板の中間の挙動を示す不完全合成板であることが多くの実験で知られている。この不完全合成板について過去の研究では、合成板と言いつつClarkeらは鋼板に対して曲げ剛性を無視し、井上ら¹⁾ははりに換算しているという不完全さを有している。本研究においては、これらの不完全性を補い、なおずれを考慮した山口ら²⁾の不完全合成板の有限要素解析を用い、さらに積層板に拡張した解析法を示し、合成床版の解析例を示した。

2. 不完全合成板の仮想仕事

図1のように板の中立面に x, y 軸をとり、これと直角方向を z 軸とすると、板の任意点のひずみは薄板理論(Kirchhoffの法則)に基づけば、次式で表される。薄板理論では平面応力問題とされ、板の厚さ方向全にわたり応力 σ_z, τ_{xz} および τ_{yz} が0と仮定されている。したがって、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ および γ_{xy} は、

$$\varepsilon_x = u_{,x} - z w_{,xx} \quad \dots (1) \quad \varepsilon_y = v_{,y} - z w_{,yy} \quad \dots (2) \quad \gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x} - 2z w_{,xy} \quad \dots (3)$$

また、不完全合成板の仮想仕事 δU はコンクリート積層部分、鋼部分およびジベル部分の仮想仕事 $\delta U_c, \delta U_s, \delta U_{sc}$ によって次式の様に表される。

$$\delta U = \delta U_c + \delta U_s + \delta U_{sc} \quad \dots (4)$$

$$\delta U_c = \sum \int_{V_c} (\sigma_{ci,x} \delta \varepsilon_{ci,x} + \sigma_{ci,y} \delta \varepsilon_{ci,y} + \tau_{ci,xy} \delta \gamma_{ci,xy}) dV \quad \dots (5)$$

$$\delta U_s = \int_{V_s} (\sigma_{s,x} \delta \varepsilon_{s,x} + \sigma_{s,y} \delta \varepsilon_{s,y} + \tau_{s,xy} \delta \gamma_{s,xy}) dV \quad \dots (6)$$

$$\delta U_{sc} = \int_A (q_x \delta \Delta_x + q_y \delta \Delta_y) dA \quad \dots (7)$$

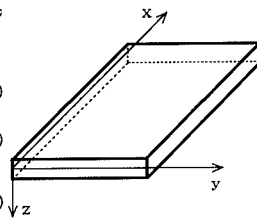


図1. 平板

ここで、 q_x, q_y および Δ_x, Δ_y は x, y 方向におけるジベルに作用する単位面積当たりの力およびずれ量である。

コンクリート積層部分においては、未知数を増やさないために、各層の変位 u_{ci}, v_{ci} および w_i を1層目の変位 u_1, v_1 および合成板のたわみ w で次のように表すことにする。

$$u_{ci} = u_{c1} - w_{,x} \overline{z_{ci}} \quad \dots (8) \quad v_{ci} = v_{c1} - w_{,y} \overline{z_{ci}} \quad \dots (9)$$

$$w_i = w_{c1} \quad \dots (10) \quad (\overline{z_{ci}} : 1 \text{ 層目と } i \text{ 層目の中央面間の距離})$$

鋼部分においては、コンクリート積層部分が1層の時と同様に変位 u_s, v_s と合成板のたわみ w により表される。また、ジベル部分においては、ジベルの x および y 方向の単位長さ当たりの平均的なバネ係数をそれぞれ k_{sx}, k_{sy} とするとジベルに働くせん断力は、

$$q_x = k_{sx} \Delta_x \quad \dots (11) \quad q_y = k_{sy} \Delta_y \quad \dots (12)$$

ここで、図2からずれ量 Δ_x, Δ_y はコンクリート1層目と鋼部分の変位により次のように表すことができる。

$$\Delta_x = u_s - u_{c1} + \overline{z_{sc}} w_{,x} \quad \dots (13) \quad \Delta_y = u_s - u_{c1} + \overline{z_{sc}} w_{,y} \quad \dots (14)$$

3. 有限要素法の定式化

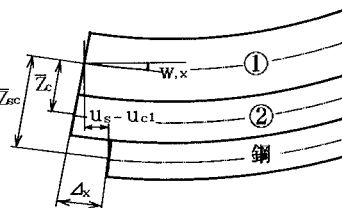


図2. 2層板の仮定および2層板と鋼板のずれ量

コンクリート積層部の変位は、各層ごとのずれはないと仮定しているため、各層の中央面での面内、面外方向の変位は1層目の変位で表される。また、鋼部分は独立の板として扱うと仮定しているため、鋼部分の変位は鋼部中央面の面内、面外方向の変位によって表され、ジベル部分の変位（ずれ）はコンクリート1層目と鋼部分の変位によって表される。そこで、有限要素法を用いるために、要素内におけるこの2つの中央面での変位を次のように仮定する。

$$w = \sum_{i=1}^9 \{ f_i(x, y) w_i + f_{xi}(x, y) w_{i,x} + f_{yi}(x, y) w_{i,y} + f_{xyi}(x, y) w_{i,xy} \} \quad \cdots \cdots (15)$$

$$u_c = \sum_{j=1}^9 g_j(x, y) u_{c,j} \quad \cdots \cdots (16)$$

$$v_c = \sum_{j=1}^9 g_j(x, y) v_{c,j} \quad \cdots \cdots (17)$$

$$u_s = \sum_{j=1}^9 g_j(x, y) u_{s,j} \quad \cdots \cdots (18)$$

$$v_s = \sum_{j=1}^9 g_j(x, y) v_{s,j} \quad \cdots \cdots (19)$$

ここで、 u_c 、 v_c 、 u_s 、 v_s はコンクリート1層目および鋼部分の面内方向の中央面での変位であり、 w は面外方向の変位で各層、各部分共通である。一方、面内、面外方向の変位を表す形状関数については1次元問題で用いられるはり要素変位が2次および4次曲線でたわむと仮定したいわゆるHermit関数を用いることとし、この形状関数を x 、 y 方向について組み合わせたものを用いた。

4. 解析結果

本節では、一辺が50cm、コンクリートスラブ厚 $t_c=13.0$ cm、鋼板厚 $t_s=0.6$ cmの四辺単純支持板を多層に分割し、等分布荷重 $P=10\text{kg/cm}^2$ を載荷させた場合の板中央のたわみを求め、井上らの結果と比較するとともに、重ね板や完全合成板の理論値と合わせて表1に示し検討を行った。ここで、材料定数は $E_c=2.8436 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ 、 $E_s=2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ 、 $\nu_c=\nu_s=0.3$ である。表1に示す様に、重ね板や完全合成板では、層数を増やしても理論値に収束しており、またその中間の挙動を示す不完全合成板では、井上らの結果とは異なっているものの、重ね板と完全合成板との中間値に収束していることが判明した。

表1. 等分布荷重の作用する板中央のたわみ

層数	分割数	重ね板 $k_s=0$	不完全 $k_s=1000$	完全 $k_s=\infty$
1	1×1	4.4325	4.0673	2.4207
	2×2	4.4347	4.0705	2.4182
	4×4	4.4347	4.0706	2.4181
2	4×4	4.4348	4.0707	2.4181
4	4×4	4.4348	4.0707	2.4181
	理論値	4.4348	—	2.4181
	井上ら	—	4.058	2.418

($\times 10^{-3}$ cm)

5. 解析例

本研究で提案した解析法を適用し、図3の断面を持ち一辺が2mの単純支持の合成床板に等分布荷重 $P=1.0\text{kg/cm}^2$ を載荷し、コンクリート部分と鋼板部分のずれを拘束するジベルの単位面積当たりのばね定数 k_s を変化させて求めた

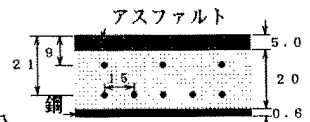


図3. 合成床板の断面 (cm)

板中央のたわみを図4に示す。ここで、鉄筋はD16を圧縮側6本、引張側12本用い、材料定数は $E_c=2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ 、 $E_s=10E_c$ 、 $E_s=1/100E_c$ 、 $\nu_c=\nu_s=0.3$ として計算を行った。本研究の有限要素解析結果と換算板剛度を用いた計算値とを比較すると多少誤差が生じてはいるが、これは鉄筋における板剛度の違いにより生じたものと考えられる。

6. あとがき

本研究では、仮想仕事の原理に基づき、Kirchhoffの仮定を取り入れることで少ない計算量で不完全合成板を積層板に拡張することができ、またジベルのばね定数 k_s を変化させても重ね板と完全合成板の中間の挙動を示すことから、様々な不完全合成板の解析に十分適応できると考えられる。

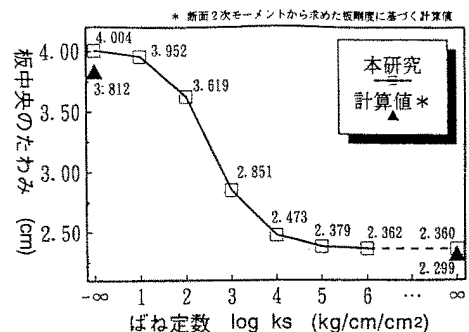


図4. 合成板のたわみ

【参考文献】1)井上、佐藤、渡辺：不完全合成板の解析について 構造工学論文集 Vol. 36A
2)山口、浜田、高海：不完全合成版の有限要素解析 構造工学論文集 Vol. 39A