

I-97

Spline Prism法を用いた厚肉円筒パネルの応力解析

大同工業大学大学院 学会員 ○ 加藤年宏
大同工業大学工学部 正会員 水澤富作

1. はじめに 厚肉シェル構造物では、荷重の表面載荷の影響や厚さ方向の応力成分の影響が顕著に生じてくる。また境界条件の導入の際に従来の薄シェル理論を用いた応力解析では、非常に不都合な点が生じてくる。従って、厚肉円筒パネルの応力分布性状を知るためには、正確な境界条件の導入と3次元弾性理論に基づく必要がある。著者ら^{1, 2)}は、厚板や厚肉シェルの振動解析を行うために、Spline Prism法を提案している。本研究では、3次元弾性理論に基づくSpline Prism法を用いて等分布圧力を受ける厚肉円筒パネルの応力解析を行い、その応力分布特性に与える、シェル厚比、偏平角などの影響について検討を行っている。

2. 解析手法 図-1に示すような曲面Spline Prismモデルを導く。Spline Prism法では、一方向に固有関数を仮定し、他の二方向にB-Spline関数を仮定した3次元問題を2次元問題に低減させた半数値解析法である。式の定式化にあたり、次のような無次元円筒座標系を用いる。 $\xi = (r - R_i)/t$, $\eta = y/L$, $\zeta = \theta/\phi$... (1)
ここで、 $t = R_i(\delta - 1)$, $\delta = R_o/R_i$, t は円筒パネルの厚さ、

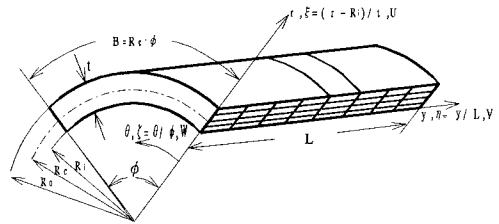


図-1 円筒パネルとその座標系

L はパネル長、 ϕ は偏平角であり、また R_i と R_o はそれぞれ円筒パネルの内径と外径を示す。各曲面プリズム要素で仮定される ξ , η , ζ 方向の変位関数 U , V , W は次式(2)で与えられる。

$$U = \sum_{\ell=1}^R [N]_{mn} Z_{\ell}(\zeta) \{\delta_A\}_{\ell}, \quad V = \sum_{\ell=1}^R [N]_{mn} Z_{\ell}(\zeta) \{\delta_B\}_{\ell}, \quad W = \sum_{\ell=1}^R [N]_{mn} \bar{Z}_{\ell}(\zeta) \{\delta_C\}_{\ell} \dots (2)$$

ただし、 $[N]_{mn} = [N_{1,k}(\xi) N_{1,k}(\eta), N_{1,k}(\xi) N_{2,k}(\eta), \dots, N_{i,r,k}(\xi) N_{i,y,k}(\eta)]$

$\{\delta_A\}_{\ell} = \{A_{11}, A_{12}, \dots, A_{i r i y}\}_{\ell}^T$, $\{\delta_B\}_{\ell} = \{B_{11}, B_{12}, \dots, B_{i r i y}\}_{\ell}^T$, $\{\delta_C\}_{\ell} = \{C_{11}, C_{12}, \dots, C_{i r i y}\}_{\ell}^T$ である。また、 $Z_{\ell}(\zeta) = \sin(\ell \pi \zeta)$, $\bar{Z}_{\ell}(\zeta) = \cos(\ell \pi \zeta)$ であり、 $N_{m,k}(\xi)$ と $N_{n,k}(\eta)$ は、正規化されたB-Spline関数であり、 $i r = k - 1 + M r$, $i y = k - 1 + M y$ で、 $k - 1$ はSpline次数、 $M r$ と $M y$ はそれぞれ r 方向と y 方向のプリズム要素の分割数である。したがって、等厚、等方性な円筒パネルのひずみエネルギー、 U_p 、外力ポテンシャル、 V がもとめられ、この円筒パネルの全ポテンシャルエネルギー、 Π は $\Pi = U_p - V$ で与えられるので、ポテンシャルエネルギー最小の原理から、式(3)で与えられる基礎方程式が導かれる。また、固有関数の直交性より、各級数項ごとに式(3)を解けば、解が得られる。ここで、 $[K]_{\ell}$ は剛性マトリックスで $\{f\}_{\ell}$ は荷重ベクトルである。

$$\sum_{\ell=1}^R ([K]_{\ell}) \{\Delta\}_{\ell} - \{f\}_{\ell} = 0 \quad \dots (3)$$

3. 数値計算例および考察 ここでは、等分布圧力を受ける厚肉円筒パネルの厚さ方向の応力分布特性について検討している。また、数値計算では、相対する2つの円弧面が固定され、他の2つの直線辺は単純支持されている場合についてのみ示す。はじめに、本手法の収束性や解の精度を確認するために、等分布荷重を受ける正方形板のたわみと応力の精度比較を行い、安定した収束値と精度を得ている。

図-2には、比較的厚い円筒パネルの中央点($\theta = \phi/2$, $y = L/2$)での厚さ方向の応力分布(σ_y , σ_{θ})に与える偏平角 ϕ の影響が示してある。ここで、 $R_o/R_i = 1.2$, $L/R_i = 1.0$, $t/L = 0.2$ に仮定し、 ϕ を 30° から 90° まで変化させている。これより、円筒軸方向の応力分布、 σ_y は、曲げ応力が卓越し、 ϕ に関係なくほぼ直線分布を示している。一方、円筒(フープ)方向の応力分布、 σ_{θ} は、偏平角を増大させると面内応力が大きく生じて

ることがわかる。一方、偏平角を小さくすると、曲げ応力が卓越し、その分布が非線形な形を示す。これは、偏平角を小さくすると、円筒方向のシェル厚比、 t/B が大きくなり、表面載荷と横せん断変形の影響が顕著に現れるためと考えられる。

図-3a), b)には、等分布圧力を受ける円筒パネルのそれぞれパネル中央点($\theta=22.5^\circ, y=L/2$)と固定端中央点($\theta=22.5^\circ, y=0$)での厚さ方向の応力分布性状に与える、 $\delta=Ro/Ri$ の影響が示してある。ここで、 $\phi=45^\circ$ 、 $L/Ri=1.0$ に仮定し、 δ は1.1から2.0まで変化させている。これより、パネル中央点での応力分布は、 δ を増大させると非対称で非線形な分布性状を示している。また、 δ が0.2より小さくなると、ほぼ直線分布になっている。一方、固定端中央での応力分布は、 δ が小さな値でも非線形な分布を示し、 δ の増大とともに、パネル固定端の載荷面に大きな引張応力が生じてくる。

4. あとがき ここでは、Spline Prism法を用いて、等分布圧力を受ける圧肉円筒パネルの応力解析を行い、厚さ方向の応力分布特性に与えるシェル厚比や偏平角などの影響について検討した。得られた結果は、以下のように纏められる。

1) 厚肉円筒パネルの厚さ方向の応力は、シェル厚に大きく依存し、シェル厚の増大とともに、非対称で、非線形な分布性状を示す。しかし、シェル厚比が0.2より小さくなると、厚さ方向の応力はほぼ直線分布を示す。

2) 固定端での応力はかなり薄い場合でも非線形な分布を示し、シェル厚の増大に従って、荷重の載荷面にかなり大きな引っ張り応力が局所的に生じてくる。

3) また、シェル厚比が0.3を越えると、厚方向の応力分布に与える δ の影響が顕著に現れてくる。

参考文献 1) 高木他：Spline Prism法を用いた扇形厚板の3次元解析について。構造工学論文集，Vol. 40A, pp. 1-12, 1994. 2) 加藤他：Spline Prism法を用いて厚肉円筒パネルの自由振動解析について。土木学会中部支部研究発表会，1995.

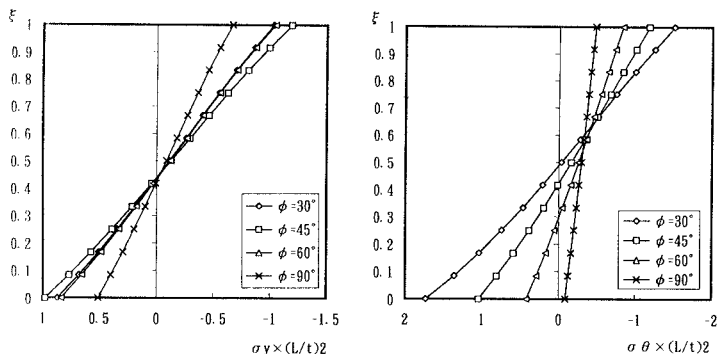
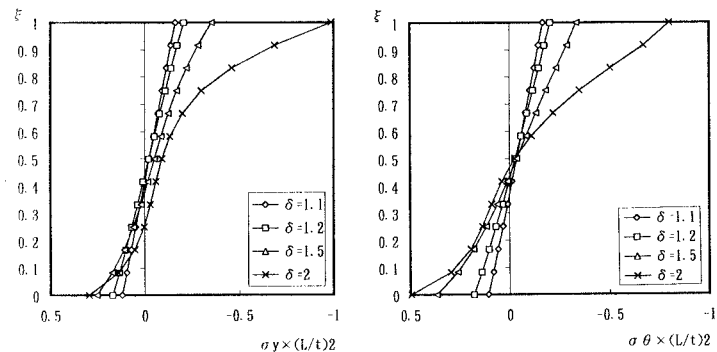
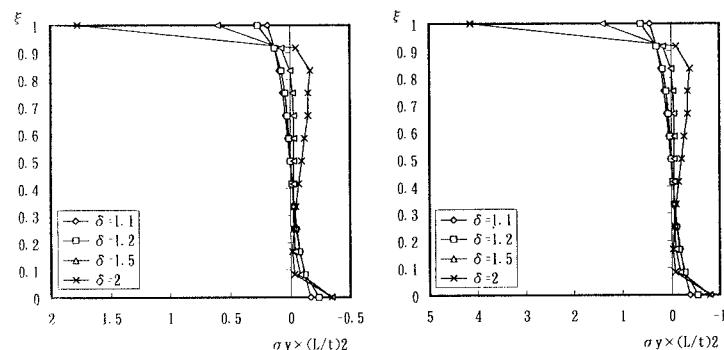


図-2 円筒パネルの中央点($\theta=\phi/2, y=L/2$)での厚さ方向の応力分布(σ_y, σ_θ)に与える偏平角の影響； $Ro/Ri=1.2, L/Ri=1.0, t/L=0.2, \nu=0.3$



a) パネル中央点($\theta=22.5^\circ, y=L/2$)での厚さ方向の応力分布



b) 固定端中央部($\theta=22.5^\circ, y=0$)での厚さ方向の応力分布

図-3 円筒パネルの厚さ方向の応力分布(σ_y, σ_θ)に与える半径比 Ro/Ri の影響； $\phi=45^\circ, L/Ri=1.0, \nu=0.3$