

外圧を受ける円筒曲面の Reduced Stiffness 座屈解析

豊橋技術科学大学 正会員 山田 聖志
(株)横河技術情報 正会員 ○佐々木政幸

1 はじめに

シェル構造の座屈性状の特徴は、座屈後の急激な耐力の低下と初期不整感性にある。そうした力学現象を設計でどのように考慮するかについてこれまで種々の提案がなされている。近年特に、補剛材、境界支持、荷重等について実用設計で要求されるタイプは極めて多様化してきているのに対し、それに応じ得る柔軟な座屈設計理論は、確立されていない。この点に関して、座屈変形に伴う増分歪エネルギーの損失の概念を基礎とする、Croll の低減剛性法(Reduced Stiffness法)を用いる座屈下限値解析理論が注目されている。

本研究は、外圧を受ける円筒曲面の線形座屈問題を対象として、RS理論の具体的な適用性の検討を試みたものである。また、既往の横尾ら¹⁾²⁾および内山ら⁴⁾による座屈実験値の下限との関係を明らかにした。

2 古典的解析法

図1に示すような一様外圧 q を受ける部分円筒殻の座屈前応力状態は $n_y^F = -qr$, $n_x^F = n_{xy}^F = 0$ となる。座屈条件式は、本問題の場合、次式で表される。

$$\delta(U_{2b} + U_{2m} + Q^c V_{2m}) = 0 \quad (1)$$

ただし

$$U_{2b} = \frac{D}{2} \iint [(\kappa_x^c)^2 + (\kappa_y^c)^2 + 2(1-\nu)\kappa_x^c \kappa_y^c + 2(1-\nu)(\kappa_{xy}^c)^2] dx dy \quad (2)$$

$$U_{2m} = \frac{K}{2} \iint [(\varepsilon_x^c)^2 + (\varepsilon_y^c)^2 + 2\nu\varepsilon_x^c \varepsilon_y^c + 2(1-\nu)(\varepsilon_{xy}^c)^2] dx dy \quad (3)$$

$$V_{2m} = -\frac{D\pi^2}{l^2} \iint \varepsilon_y^c dx dy \quad (4)$$

ここで、 $D = Et^3/12(1-\nu^2)$, $K = Et/(1-\nu^2)$, E ヤング係数、 $\nu = 0.3$ はポアソン比である。

また、 $Q = (qr^2)/(\pi^2 D)$ は荷重係数で、既往の実験結果との比較のために用いた。歪変位関係式については、次式のようなDonnellタイプを用いる。

$$\varepsilon_x^c = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^c = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{r}, \quad \varepsilon_{xy}^c = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\varepsilon_x^c = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \quad \varepsilon_y^c = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2, \quad \varepsilon_{xy}^c = \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (5)$$

$$\kappa_x^c = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y^c = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy}^c = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

境界条件は、次式で表される、周辺固定支持C4とする。

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = u = v = 0 \quad \text{at } x = 0, l \quad (6)$$

$$w = \frac{\partial w}{\partial y} = u = v = 0 \quad \text{at } y = 0, r\phi$$

境界条件を満足する変位関数として、次式を仮定する。

$$u = \frac{l}{r} \sum_i \sum_j u_{ij} \sin\left(\frac{m_i^u \pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{n_j^u \pi y}{r\phi}\right)$$

$$v = \frac{l}{r} \sum_i \sum_j v_{ij} \sin\left(\frac{m_i^v \pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{n_j^v \pi y}{r\phi}\right) \quad (7)$$

$$w = t \sum_i \sum_j w_{ij} \sin\left(\frac{m_i^w \pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{n_j^w \pi y}{r\phi}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{r\phi}\right)$$

(5)式を(2)~(4)式に代入すると停留条件式は (u, v, w) に関する線形同次の偏微分方程式となる。これに(7)式を代入することにより(1)式は線形連立同次の代数方程式となり、固有値解析を行なうことで、固有値として荷重係数 Q^c が得られる。

3 RS解析法

文献⁶⁾は、古典臨界値 Q^c に関連するRS値 Q^* として次のようなエネルギー商近似式を提案している。

$$Q^* = Q^c \frac{U_{2b}}{U_{2b} + U_{2m}} \quad (8)$$

一方、最近の論文⁷⁾は、 U_{2m} が初期不整によってトータルとして減少するメカニズムを、非線形数値解析的に明らかにしている。すなわち(1)式より U_{2m} 成分を削除した停留条件式

$$\delta(U_{2b} + Q^{**} V_{2m}) = 0 \quad (9)$$

を提案している。

本研究では、(8)または(9)式より得られるRS値 Q^* Q^{**} と、既往の横尾ら¹⁾²⁾および内山ら⁴⁾による座屈実験値との比較対応について論ずる。

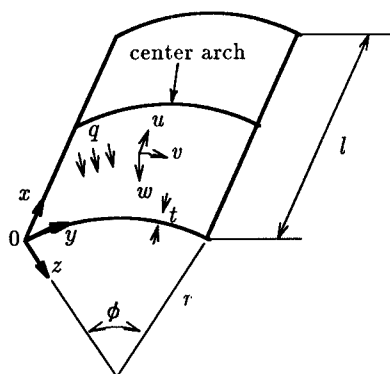


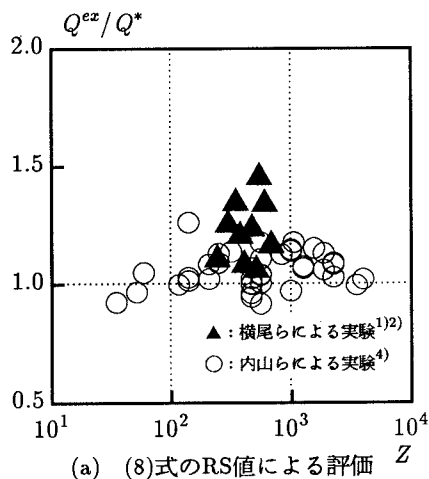
図1 円筒曲面の形状

4 解析結果

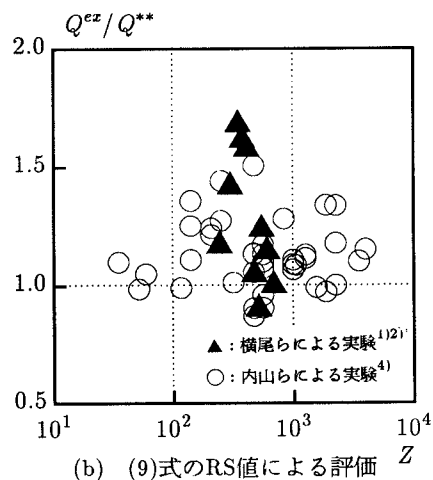
図2は、RS値に対する実験座屈値の比と Batdorf 係数 Z との関係を示す。図2(a)では9%、図2(b)では14%の割合で、RS値を下回る結果があるものの、両者はほぼ同様な分布を示した。線形座屈解析をもとにエネルギー商から求めたRS値 Q^* と U_{2m} 成分を削除して固有値解析から求めたRS値 Q^{**} とでは、差はないことが明らかになった。図3は、本解析と試験体A43の実験結果との比較である。A43の場合、 Q^{**} が実験値より低い値を示しているのがわかる。以上より、比較的精度の良い室内実験レベルでの問題においては、エネルギー商による結果とRS固有値解析による結果とでは、大きな差はないことが明かとなり、RS解析手法として、より単純なエネルギー商による方法の有用性が確認できた。

【参考文献】

- 1) Y.Yokoo, T.Nakamura and A.Matsuda; Proc., Recent Research of Structural Mechanics, Uno Shoten, pp333-343, Tokyo, 1968
- 2) Y.Yokoo, T.Nakamura and J.Miyazaki and A.Kano; Proc. of RILEM International Symp., pp501-523, Benos Aires, 1971
- 3) J.G.A.Croll and C.P.Ellinas; Proc., Int. J. Solids Structures, Vol.19, pp461-477, 1983
- 4) K.Uchiyama, Y.Uematsu and H.Minami; Proc., IASS Symp. on Shells, Membranes and Space Frames, pp249-256, Vol.1, 1986
- 5) K.Uchiyama and S.Yamada; Transactions of A.I.J., No.364, pp.80-90, 1986
- 6) S.Yamada and J.G.A.Croll; Proc., J. Engrg Mech., ASCE, Vol.115, pp327-344, 1989
- 7) S.Yamada and J.G.A.Croll; Proc. J. of Applied Mech., ASME, Vol.60, pp290-299, 1993



(a) (8)式のRS値による評価



(b) (9)式のRS値による評価

図2 実験値 Q^{ex} とRS値との対応関係

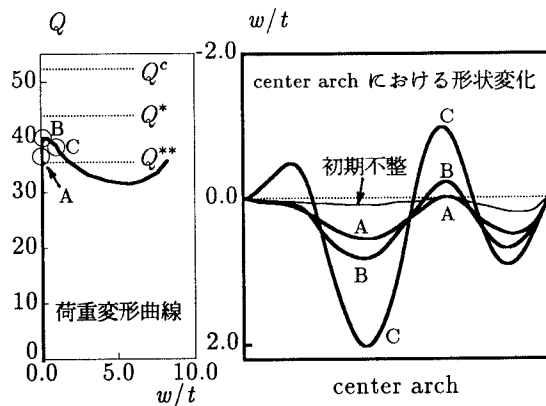


図3 試験体A43における実験結果⁴⁾と本RS解析結果