

I-91

初期不整を考慮した軸圧円筒殻の非線形解析

豊橋技術科学大学 正会員 山田 聖志

豊橋技術科学大学大学院 学生会員 ○竹下 智正

1. 序

薄肉円筒シェルの用途は、現在では多岐にわたっている。その、座屈については、形状寸法比、両端縁支持、補剛材および作用する荷重の種類・組合せなどをパラメータとした様々な条件下に対して研究されてきた。しかし、シェル構造の特徴である後座屈強度の急激な低下と初期不整敏感性を、これら多様な条件のもとで設計上考慮に入れることは、確立されているとは言えない。この点に関して、Crollら¹⁾の低減剛性法(RS法)を用いる座屈下限値解析が注目される。

本報は、このRS理論の適用性について検討することを目的として、前報²⁾に引き続いて、軸圧縮力を受ける薄肉円筒殻について解析を行う。今回は、初期不整を考慮した弾性非線形座屈解析を行い、形状初期不整の振幅変化に伴う座屈時変位増分モードの推移についても検討する。

2. 解析方法

図1に示すような、曲率半径 R 、長さ L 、殻厚 t からなる軸圧縮力を受ける薄肉円筒殻を考える。 (u, v, w) は、それぞれ円筒座標軸 (x, y, z) 方向の変位である。エネルギーの停留原理にもとづく座屈条件式は、

$$\delta(U_b + U_m + V_f) = 0 \quad (1)$$

ただし、

$$U_b = \frac{D}{2} \iint \left\{ \kappa_x^2 + \kappa_y^2 + 2\nu\kappa_x\kappa_y + 2(1-\nu)\kappa_{xy}^2 \right\} dx dy$$

$$U_m = \frac{K}{2} \iint \left\{ \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu\varepsilon_x\varepsilon_y + 2(1-\nu)\varepsilon_{xy}^2 \right\} dx dy \quad (2)$$

$$V_f = - \iint (-\sigma) t \frac{\partial u}{\partial x} dx dy$$

ここで、曲げ剛性 $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ 、軸剛性 $K = Et/(1-\nu^2)$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とする。

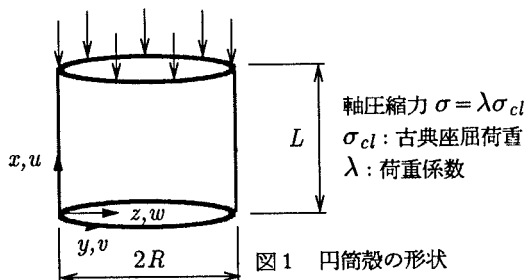


図1 円筒殻の形状

歪-変位関係式は、Donnell型の方程式に対して、 Z 方向の形状初期不整量 w^0 を考慮し、無荷重状態で歪ゼロとすると、面内歪 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy})$ および、曲げ歪 $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy})$ は、

$$\varepsilon_x = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

$$\varepsilon_y = \left\{ \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{r} + \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right\}$$

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

境界条件は、両端単純支持SS3を対象とし、次のように表される。

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial x} = v = 0 \quad \text{at } x=0, L$$

この境界条件を満足する変位関数は、

$$u = \sum_i \sum_j u_{ij} \cos \frac{iy}{R} \cos \frac{j\pi x}{L}$$

$$v = \sum_i \sum_j v_{ij} \sin \frac{iy}{R} \sin \frac{j\pi x}{L} \quad (4)$$

$$w = \sum_i \sum_j w_{ij} \cos \frac{iy}{R} \sin \frac{j\pi x}{L}$$

$$w^0 = \sum_i \sum_j w_{ij}^0 \cos \frac{iy}{R} \sin \frac{j\pi x}{L}$$

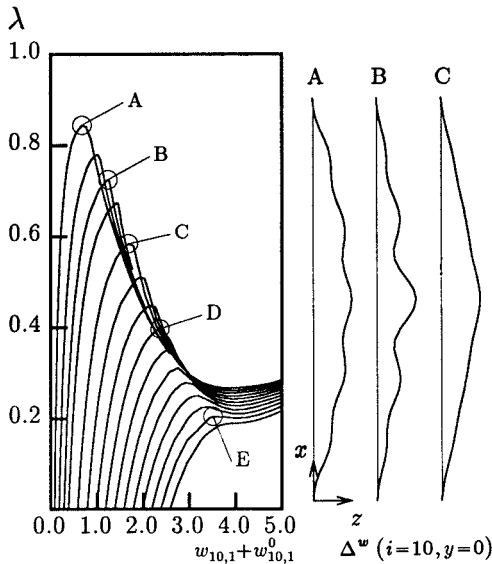


図2 a 荷重-変位曲線

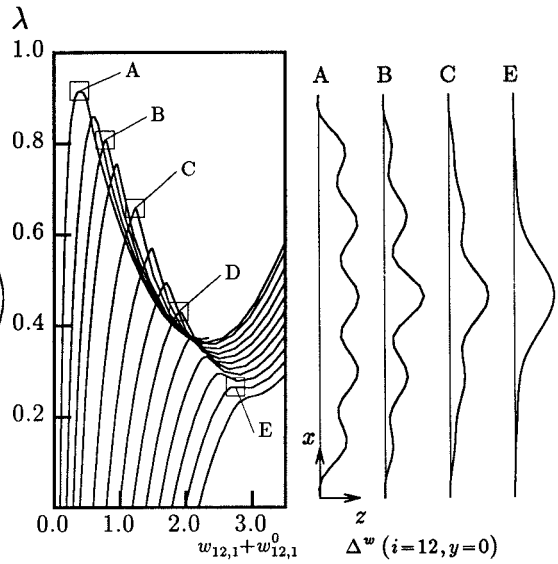


図2 b 荷重-変位曲線

(2)、(3)、(4)式を(1)式に代入することによって、未定係数 (u_{ij} , v_{ij} , w_{ij}) についての連立非線形代数方程式を得る。非線形方程式の解法には、荷重又は変位増分法とNewton-Raphson法を併用することによって行う。

3. 結果と考察

形状係数 $Z=500$ 、径厚比 $R/t=405$ 、 $L/R=1.14$ に対して次の結果を得た。図2のa、bはそれぞれ周方向に波数 $i=10$ と $i=12$ の形状初期不整を導入した場合の、荷重-変位曲線と、 $y=0$ におけるそれら i 成分の座屈時増分変位 $\Delta^w(i)$ の x 方向に沿う分布図である。初期不整振幅を大きくすると、座屈値が低下して、 x 方向に長い波長のモードとなることがわかる。図3の座屈荷重スペクトル上の○□印はそれぞれ図2の座屈荷重に対応し、その下限値と、前報²⁾で得たRS値 λ^{**} が、ほぼ対応している。

参考文献

- 1) Croll J.G.A. : Towards simple estimates of shell buckling loads, *Der Stahlbau*, pp.243-248, 1975
- 2) 山田聖志・佐々木政幸：軸圧縮力を受ける円筒殻のRS解析，土木学会第49回年次学術講演会講演概要集，1-A，pp.8-9，1994

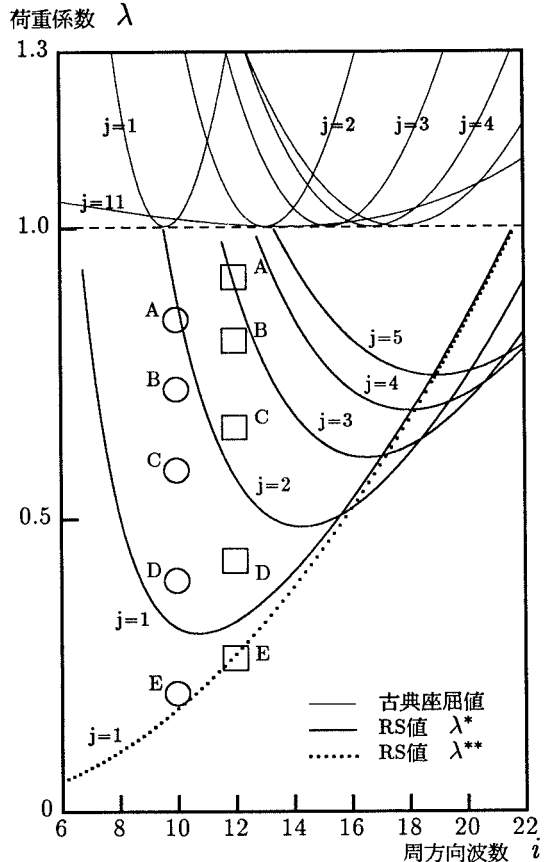


図3 非線形解析結果とRS値²⁾の比較