I －74

粘塑性問題におけるファジィ推論に基づく学習型構成式

中部電力　電力技術研究所　正会員　熊崎幾太郎

1. はじめに

土質材のような摩擦材料の構成則を表現する際に支配的となる物性としては，例えば弾性係数や内部摩擦角が挙げられる．このような物性は通常，現位置から採取した試料の室内試験結果を考慮してクリスプな値として規定し，各種解析に用いることが多い．しかし，これらの物性は，特に土質材においては本質的にファジィネスを有しているものと言える．そこで，本研究では構成則の定式化に際して，弾性係数と内部摩擦角のファジィネスを考慮し，これらの物性が影響する粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップをファジィ推論ルールによって記述した．一方，土質地盤については“掘ってみなければわからない”，“場所ごとに構成則は異なるものである”等と言われるぐらいその構成則は種々多様であり，同じような場所から採取した試料を用いても，一般に様々に変形特性は異なる．従って，地盤の変形特性に影響するあらゆる因子をもれなく拾い上げて構成則のモデリングを行うことは不可能である．実務においては，現在調査の対象としている地盤の変形特性をよく表現し得る構成則が要求されるが，現場ごとに物性や特性が異なる地盤に対し，どのような因子が構成則に影響しているかを考察して，いちいち構成式を作るわけにはいかない．そこで，本稿で提案するモデルでは，最急降下法によるファジィ推論ルールの前件部および後件部の学習則を用い，新たに追加される地盤のマクロ挙動に関する情報をいち早く構成則に反映させることが可能な学習型構成式とした．

2. ファジィ推論ルールに基づく粘塑性の表現

本稿では，摩擦材料の物性のうち構成則の表現において比較的支配的であり，かつ，本質的にファジィネスを有している弾性係数と内部摩擦角をファジィ量とする．また，ひずみ増分$d\varepsilon$は従来の方法に従い，次式のように弾性成分$d\varepsilon_e$と粘塑性成分$d\varepsilon^{VP}$に分けて表す．

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon^{VP} \tag{1}$$

降伏点を越える応力による流動的挙動に関する量としては，次式で表される粘塑性ひずみ速度を用いる．

$$\dot{\varepsilon}^{VP} = F\frac{\partial Q}{\partial \sigma} \tag{2}$$

ここに，QはMohr-Coulomb流れを仮定した場合の式 (3) で表される塑性ポテンシャル関数，Fは式 (4) で表されるMohr-Coulombの破壊基準である．

$$Q = \sigma_m \sin\psi + \bar{\sigma}\left(\frac{\cos\theta}{\sqrt{3}} - \frac{\sin\theta \sin\psi}{3}\right) - c'\cos\psi \tag{3}$$

$$F = \sigma_m \sin\phi' + \bar{\sigma}\left(\frac{\cos\theta}{\sqrt{3}} - \frac{\sin\theta \sin\phi'}{3}\right) - c'\cos\phi' \tag{4}$$

上式中のσ_mは平均主応力，ψは膨張角，ϕ'は内部摩擦角，$\bar{\sigma}$は偏差応力，θはLode角である．

このとき，粘塑性ひずみの増分は

$$\delta\varepsilon_i^{VP} = \Delta t\dot{\varepsilon}_i^{VP} \tag{5}$$

$$\Delta\varepsilon_i^{VP} = \Delta\varepsilon_{i-1}^{VP} + \delta\varepsilon_i^{VP} \tag{6}$$

で与えられる．ここに，Δtは粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップであり，摩擦材料の場合には弾性係数，ポアソン比，内部摩擦角が支配的に影響する．

本研究では，弾性係数と内部摩擦角のファジィネスを考慮し，これらの物性が影響する粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップをファジィ推論ルールによって記述する．

推論法としては簡略ファジィ推論を用い，第k番目のルールを

$$\text{If } E \text{ is } \tilde{M}_{E\,k} \text{ and } \phi' \text{ is } \tilde{M}_{\phi'\,k} \text{ then } \Delta t \text{ is } \Delta t_k \tag{7}$$

とする．If - の部分を前件部，thenの部分を後件部という．上式中の$\tilde{M}_{E\,k}$, $\tilde{M}_{\phi'\,k}$は，それぞれ次式のガウス基底のメンバーシップ関数によるファジィ物理量であり，Δt_kは簡略ファジィ推論においては実数値であり，ファジィ推論によって出力される物理量の推論計算に用いるものである．

$$\mu_{Ek}(E)=\exp\left(-\frac{(E-a_{Ek})^2}{b_{Ek}}\right) \tag{8}$$

$$\mu_{\phi' k}(\phi')=\exp\left(-\frac{(\phi'-a_{\phi' k})^2}{b_{\phi' k}}\right) \tag{9}$$

上式中のa_{Ek}, $a_{\phi' k}$はメンバーシップ関数の中心値である．また, b_{Ek}, $b_{\phi' k}$はメンバーシップ関数の幅についての量であり，この値が大きいほど物理量のあいまいさの度合いが大きく，小さいほどクリスプな物理量の状態に近いことを意味する．ただし, kは第k番目のファジィ推論ルールに属することを意味する．

3.最急降下法による学習型構成式

第k番目のファジィ推論ルールの前件部に対する適合度$\mu_k(E,\phi')$はmin演算による方法もあるが，本稿では次式で定義する．

$$\mu_k(E,\phi')=\mu_{Ek}(E)\times\mu_{\phi' k}(\phi') \tag{10}$$

ファジィ推論ルールの本数をnとすれば，物理量の推論結果$z(E,\phi')$は次式から得られる．

$$z(E,\phi')=\frac{\sum_{k=1}^{n}\mu_k(E,\phi')\Delta t_k}{\sum_{k=1}^{n}\mu_k(E,\phi')} \tag{11}$$

また，評価関数を

$$\hat{E}=\frac{1}{2}\left(Z_L-z(E,\phi')\right)^2$$

とする．ただし, Z_Lは解析の対象とする地盤から採取した試料の室内試験結果等により追加されるマクロ挙動についてのm個の学習データである．

以上より，最急降下法に基づく学習則は次式のように導かれる．

$$a_{Ek}^{NEW}=a_{Ek}^{OLD}-\alpha\frac{2(Z_L-z)(z-\Delta t_k)(E-a_{Ek})}{b_{Ek}\sum_{k=1}^{n}\mu_k}\exp\left(-\frac{(E-a_{Ek})^2}{b_{Ek}}-\frac{(\phi'-a_{\phi' k})^2}{b_{\phi' k}}\right) \tag{13}$$

$$b_{Ek}^{NEW}=b_{Ek}^{OLD}-\beta\frac{(Z_L-z)(z-\Delta t_k)(E-a_{Ek})^2}{b_{Ek}^2\sum_{k=1}^{n}\mu_k}\exp\left(-\frac{(E-a_{Ek})^2}{b_{Ek}}-\frac{(\phi'-a_{\phi' k})^2}{b_{\phi' k}}\right) \tag{14}$$

$$a_{\phi' k}^{NEW}=a_{\phi' k}^{OLD}-\gamma\frac{2(Z_L-z)(z-\Delta t_k)(\phi'-a_{\phi' k})}{b_{\phi' k}\sum_{k=1}^{n}\mu_k}\exp\left(-\frac{(E-a_{Ek})^2}{b_{Ek}}-\frac{(\phi'-a_{\phi' k})^2}{b_{\phi' k}}\right) \tag{15}$$

$$b_{\phi' k}^{NEW}=b_{\phi' k}^{OLD}-\eta\frac{(Z_L-z)(z-\Delta t_k)(\phi'-a_{\phi' k})^2}{b_{\phi' k}^2\sum_{k=1}^{n}\mu_k}\exp\left(-\frac{(E-a_{Ek})^2}{b_{Ek}}-\frac{(\phi'-a_{\phi' k})^2}{b_{\phi' k}}\right) \tag{16}$$

ここで, α, β, γ, η (>0)は学習によって収束するまでの時間を調節するための係数である．

4．あとがき

今後は，ファジィ推論ルールの学習過程におけるルールパラメータの初期値依存性について検討する．また，パラメータの値が，その点列の分岐図における分岐点に該当する時には，本モデルはどのような現象を表すかについて検討し，実現象との関係についても考察する．