

一様圧縮板の塑性座屈後解析

宮崎県 正員 藤本 国博
 東北大学工学部 正員 中沢 正利
 東北大学工学部 正員 岩熊 哲夫

1. まえがき

面内一様圧縮を受ける弾塑性矩形板の挙動については、材料の降伏後に生じる塑性座屈及び塑性座屈モードの局所化現象に関する研究が松岡ら¹⁾によって行われている。塑性座屈モードの局所化現象とは、座屈後の荷重載荷に伴い座屈波形の特定の部分に塑性変形が集中し、弾塑性板の強度及び変形能が大きく低下する現象である。座屈モードの局所化現象は、構造物の釣り合い主経路上に存在する第1分岐点での分岐座屈モードに周期性などの何等かの対称性がある場合、その分岐経路上の荷重減少経路上に存在する第2分岐点により生ずると言われている。しかしこの様な挙動は、材料非線形と構造不安定の両者を同時に含み数値計算上非常に困難な問題である。DRMは擬似振動問題の定常解として静的解を求めるため、得られる解は常に現実に起こり得る経路上の解であると考えられる。また材料非線形性の導入も極めて容易であることが分かっている。そこで本研究では、DRMを用いて一様圧縮を受ける弾塑性矩形板の有限変位解析を行い、塑性座屈現象を調べると共に、塑性座屈後の釣り合い経路を追跡し、松岡らの解析により得られている分岐経路と比較した。

2. 矩形板の弾塑性解析

DRMでは、板の静的釣り合い方程式に動的項（慣性項 + 粘性項）を付加した擬似振動問題の釣り合い式を考え、これを差分表示し、繰り返し代入計算のみで振動問題を解いていく。構造不安定問題あるいは材料非線形問題においても、適切な減衰係数を用いれば振動は収束し、最終的に動的問題の定常解として静的な解が得られる。

解析には図-1に示した四辺単純支持された矩形板（縦横比: $\alpha = 2$ ）を用い、荷重は、板の短辺に一様圧縮変位を加える。ここで u は x 方向強制変位、 h は板厚である。計算では、各差分節点の面外たわみ、面内変位及び強制変位端辺に生じる平均膜力 p_x を求めた。矩形板の弾塑性解析では、応力-ひずみ関係として移動硬化を考えた Bi-linear 型を仮定した。

降伏条件には、von Mises の条件、塑性域では Prandtl-Reuss の塑性流れに従い、降伏曲面の移動には Ziegler 則を用いた。材料定数は $E = 205$ (GN/m²)、 $\sigma_Y = 235$ (MPa)、 $E_p = E/100$ 、 $\nu = 0.316$ とする。解析には幅厚比 $\beta = 25, 50$ の二種類の板を用いた。塑性座屈後にどのような経路が存在するか調べるために、板に搅乱を与える場合と、初期たわみを与える場合を考えた。搅乱は、計算の初期 5 秒間のみに横荷重 $q(x, y) = Q \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/2b)$ の形で与え、解析では、 $Q = \text{const.}$ とした対称形搅乱の case A と、 $0 < x \leq 0.5a$ では $Q = \text{const.}$ 、 $0.5a < x \leq a$ では $Q = 0.5 \times \text{const.}$ とした非対称形搅乱の case B の二種類を考えた。一方、初期たわみは $w_0(x, y) = W_0 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/2b)$ と与え、解析では $W_0 = 0.1h$ とした case D と、 $W_0 = 0.01h$ とした case E の二種類を考えた。解析によって得られた平均膜力-強制変位量関係を図-2 と図-3 に松岡ら¹⁾の結果と共に示す。また図-2 中には用いた応力-ひずみ関係、図-3 中には松岡らの変形モードを併記した。一方 DRM によって得られた No.1 ~ 4 点の変形モードを図-4、図-5 に示す。

図-2において強制変位 $u/(\alpha\beta^2) \times 10^3 \leq 6$ の範囲では塑性座屈を起こさない $\beta = 25$ の挙動は、松岡らの塑性座屈を起こさないケース $\beta = 28.6$ に対応した結果である。

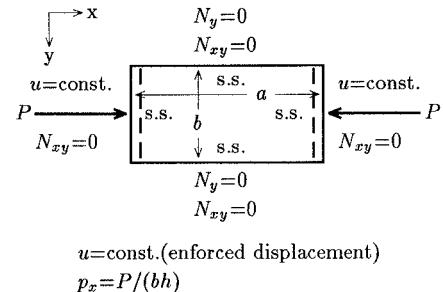


図-1 解析対象板

$\beta = 50$ では塑性座屈が発生した。搅乱を与えた case A, B は、松岡らの結果に比べ塑性座屈の発生が遅い。これは、松岡らは初期たわみを持つ板を解析しているため耐力低下が早く現れたと思われる。塑性座屈直後の case A, B とも同じ挙動を示す。しかし No.1 の case A, B の変形モードが異なることが図-4 から分かる。さらに変形が進むと case A は松岡らの第1分岐経路を辿り、その後第2分岐経路に漸近する。一方 case B は、非対称な搅乱の影響から滑らかに第2分岐経路に漸近する。No.2 での変形モードは、case A はやや非対称な $\sin 1$ 波の変形モードに移行するのに対し、case B は左右の波形の振幅自体に大きな変形の偏りが現れており、松岡らの第2分岐経路のモードに類似している。搅乱も初期たわみも与えない case C は、松岡らの主経路上を辿った後、耐力低下が見られた。この時面外たわみは無く、面内変位が非対称な波形変形を生じていた。初期たわみを与えた場合、case D (初期たわみ大) は板内全領域が降伏する前に面外たわみが大きくなり耐力が低下した。case E (初期たわみ小) は、初期たわみを有する板を解析した松岡らの結果とほぼ同じ変位量で塑性座屈を起こした。その後変位が増加するに連れ case D, E はほぼ同じ荷重-変位曲線を示したが、松岡らの第1及び第2分岐経路には一致しなかった。case D, E の No.3 ~ 4 での挙動はほぼ同一であるが、モードを比べると case D は滑らかな波形で、明らかに非対称変形に移行している。case E は、case D ほどではないが非対称な変形に移行している。

3.まとめ

以上の解析から DRM を用いて塑性座屈現象を追跡出来る事を示した。弾塑性矩形板では塑性座屈後、塑性変形の非可逆性から搅乱や初期たわみが塑性変形に影響を与える。しかし搅乱及び初期たわみの違いによらず変形の進行につれ塑性変形が非対称に集中するモードに移行するという結果が得られた。

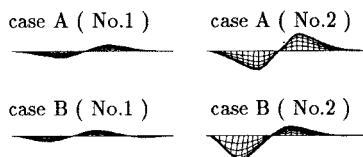


図-4 case A, case B の変形モード

参考文献

- 1) 松岡 宏典、後藤 芳顯、鳥羽 保行: 圧縮板の塑性座屈モードの局所化と繰り返し荷重下の劣化挙動、土木学会第49回年次学術講演会、pp.166-167、平成6年。

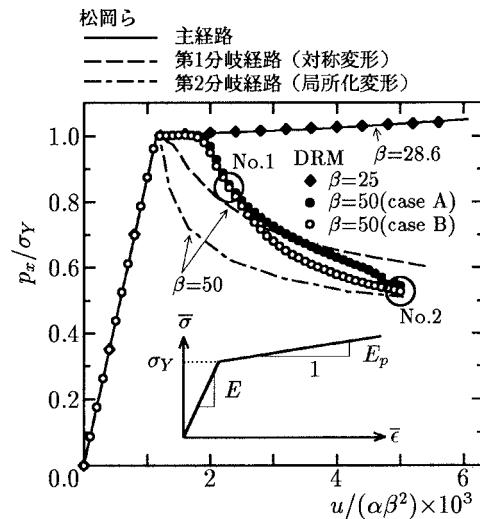


図-2 矩形板の弾塑性挙動その1

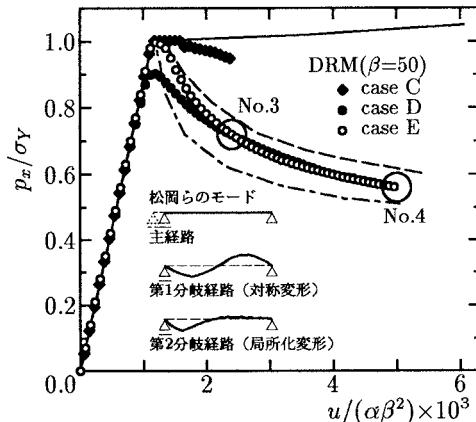


図-3 矩形板の弾塑性挙動その2

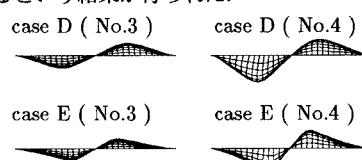


図-5 case D, case E の変形モード