

I - 35

圧縮板の終局強度および変形能に関する基礎的研究

NKK 正員 太田 雅夫 京都大学工学部 正員 渡邊 英一
 京都大学工学部 正員 杉浦 邦征 京都大学工学部 正員 宇都宮智昭

1. 研究の目的

鋼橋構造物が、近年薄肉軽量化される傾向の中、圧縮応力を受ける薄肉の板の終局挙動が重要となっている。従来から板あるいはシェルの変形を表すために、Mindlinの板要素あるいは退化シェル要素など様々な要素を用いた有限要素法の研究が数多く行われており、これらの要素は、厚肉の板あるいはシェルの挙動を比較的よく表している。しかし、せん断変形を考慮して薄肉の板あるいはシェルに対して剛性マトリックスを評価する際に完全積分を行うと、せん断変形と膜変形のロッキングによって、剛性を高く評価してしまうという問題がでてくる。この挙動を修正するために、低減積分あるいは選択積分を使った研究が試みられているが、完全に剛体変形を取り除くことができず、これまでロッキングの現象を削除することに成功していない。そこで、本研究では、せん断変形と膜変形のロッキング現象の問題を取り除くために、新しくせん断と膜ひずみをそれぞれ仮定したこの退化シェル要素¹⁾を使用し、厚肉から薄肉までの板あるいはシェルを幅広く解析できる幾何学的非線形性を考慮した弾塑性有限変位解析の有限要素法プログラムを開発し、圧縮板の終局強度および変形能について検討した。

2. 退化シェル要素の定式化

ロッキング現象を取り除くために、新しくせん断ひずみと膜ひずみをそれぞれ仮定する。

せん断ひずみの仮定（曲線座標系 ξ, η, ζ ）

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{\xi\zeta} &= b_1 + b_2\xi + b_3\eta + b_4\xi\eta + b_5\eta^2 + b_6\xi\eta^2 \\ \bar{\gamma}_{\eta\zeta} &= c_1 + c_2\xi + c_3\eta + c_4\xi\eta + c_5\xi^2 + c_6\xi^2\eta \end{aligned} \quad (1)$$

上の式よりせん断ひずみを表すためには、6つのサンプル点が必要とされる。ひずみエネルギーを正しく評価するために $\gamma_{\xi\zeta} = 0, \gamma_{\eta\zeta} = 0$ となるような ξ, η の値を

それぞれ求める。したがって、 $\xi = \pm a (a = 3^{-\frac{1}{2}})$,

$\eta = \pm a (a = 3^{-\frac{1}{2}})$ となる。 $\gamma_{\xi\zeta}$ に関するサンプル点は6つ必要で、 $\xi = \pm a$ 上にそれぞれ3点取らなければならない。そのうちの1点が $\eta = 0$ 、残りの2点は要素間のせん断ひずみの連続性を保証するために $\eta = 1, \eta = -1$ と決定する。これを図1(a)に示す。同様に $\gamma_{\eta\zeta}$ に関するサンプル点は、 $\eta = \pm a$ 上に $\xi = 0, \xi = 1, \xi = -1$ と決定される。これを図1(b)に示す。以上の6つのサンプル点での値 $\gamma_{\xi\zeta}^j, \gamma_{\eta\zeta}^j$ より、

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{\xi\zeta} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 P_i(\eta) Q_j(\xi) \gamma_{\xi\zeta}^j \\ \bar{\gamma}_{\eta\zeta} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 P_i(\xi) Q_j(\eta) \gamma_{\eta\zeta}^j \end{aligned} \quad (2)$$

膜ひずみの仮定（自然座標系 r, s, t ）

したがって、せん断ひずみと同様に考えて、図2に示す同じ6つのサンプル点での値 $e_{m-rr}^j, e_{m-rs}^j, e_{m-sr}^j$ を用いて、膜ひずみは、次のように与えられる。

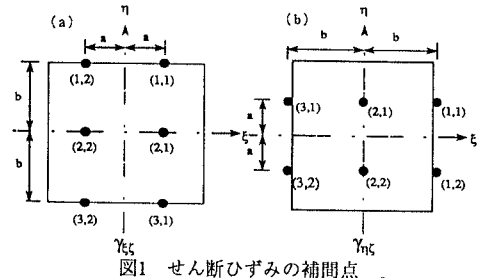


図1 セン断ひずみの補間点

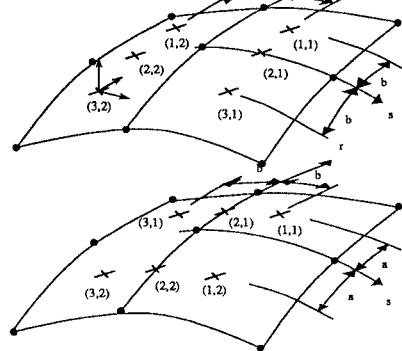


図2 膜ひずみの補間点

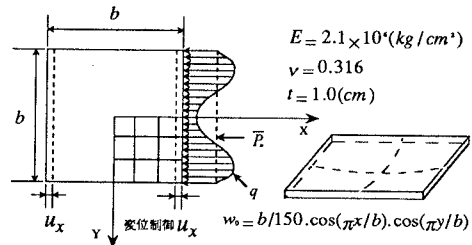


図3 圧縮荷重を受ける周辺単純支持正方形板

$$\begin{aligned} e_{m-r} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 P_i(\eta) Q_j(\xi) e_{m-r}^{ij} \\ e_{m-s} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 P_i(\xi) Q_j(\eta) e_{m-s}^{ij} \\ e_{m-rs} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 P_i(\eta) Q_j(\xi) e_{m-rs}^{ij} / 2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 P_i(\xi) Q_j(\eta) e_{m-rs}^{ij} / 2 \\ P_1(z) &= \frac{z}{2b} \left(\frac{z}{b} + 1 \right), P_2(z) = 1 - \left(\frac{z}{b} \right)^2, P_3(z) = \frac{z}{2b} \left(\frac{z}{b} - 1 \right) \\ Q_1(z) &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z}{a} \right), Q_2(z) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{z}{a} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$(4)$$

3. 幾何学的・材料非線形解析

幾何学的非線形解析では、Total Lagrangian (T. L.) と Updated Lagrangian (U. L.) の両方の定式化が考えられている。本研究で用いる U. L. の定式化では、すべての変数がそれぞれの新しい荷重増分における形状に基づいている。また、反復計算は、修正 Newton-Raphson 法を採用した。

弾塑性応答を示す材料の応力-ひずみ関係は、流れ則と Von Mises の降伏条件に基づく、塑性増分理論により求める。

4. プログラムの検証と解析例

周辺単純支持した正方形板に圧縮面内荷重を加えた場合を考え、その正方形板のモデル化を図3に示す。対象性を考慮に入れて、4分の1のみを3×3に要素分割し、板厚方向には8層に分割した。以上のようにモデル化した板に対して非線形解析を行い、Coan と Kitada の解と比較した検証結果を図4に示す。グラフより弾性および弾塑性解析ともによく一致している。なお、降伏応力は $\sigma_y = 6000(\text{kg}/\text{cm}^2)$ にした。また、圧縮荷重は、変位増分法により一様変位を与える形で加えた。

検証で用いたモデルに対して、幅厚比を変化（板厚を1cmに統一して、板幅を変化させる）させた時の圧縮板の終局強度と変形能をそれぞれ図5、図6に示す。また、それぞれの幅厚比に対する荷重-変形曲線を図7に示す。ここで、荷重の最大耐荷点を $P_{\max}$ とし、その $P_{\max}$ の95%まで劣化した時の変位を $u_{\max}$ と定義する。

5. 結論

- (1) Updated Lagrangian 法により座標を更新し、さらに変位増分を小さくすることで、幾何学的非線形性を十分表すことができることが分かった。
- (2) 本研究による解析解は、弾塑性有限解析による耐力力曲線とよく一致した。
- (3) 幅厚比の小さい ($R=0.5$ 以下) 厚肉タイプの変形能が大きく、また、変形が進行しても変形能曲線の傾向が変わらないことが分かった。

6. 参考文献

- 1) Hou-Cheng Huang: Static and Dynamic Analysis of Plates and Shells Theory Springer-Verlag
- 2) Coan J.M.: Large Deflection Theory for Plates with Small Initial Curvature Loaded in Edge Compression, Jour. of Applied Mechanics, Vol18, Trans. ASME, Vol73, pp143-151
- 3) 土木学会：座屈設計ガイドライン 1987

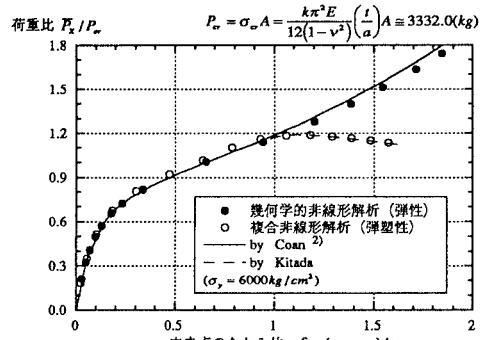


図4 圧縮板の非線形解析の検証

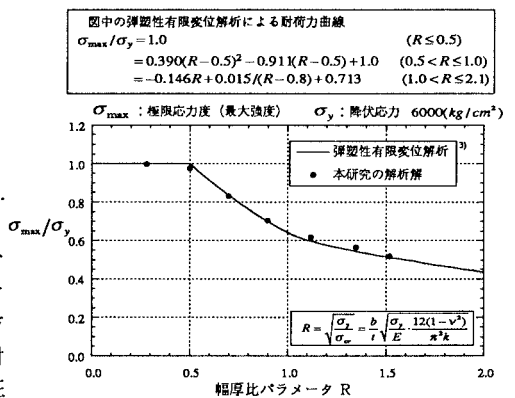


図5 周辺単純支持板の強度曲線

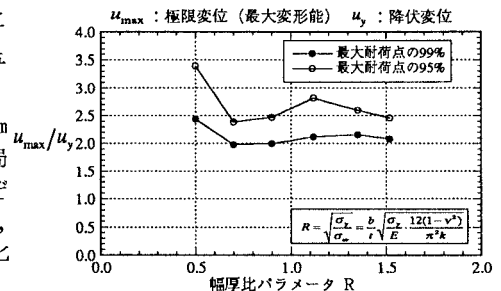


図6 周辺単純支持板の変形能曲線

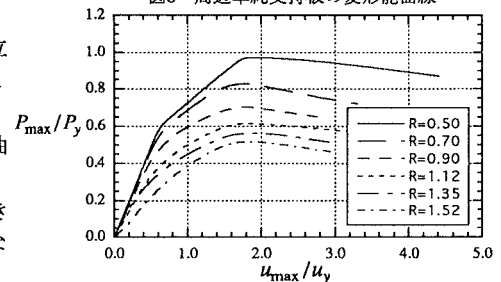


図7 各幅厚比に対する荷重-変形曲線