土木学会第50回年次学術講演会（平成７年９月）

I -7

# 固有値解析を用いた骨組構造物の有効座屈長の算出に関する一考察

日本道路公団　正員　広瀬　剛
早稲田大学理工学部　正員　依田　照彦
早稲田大学理工学部　学生員　鈴木　亨

## １．まえがき

弾性微小変位解析に基づく設計法では、軸圧縮力を受ける部材は、両端単純支持の柱に対して与えられる細長比をパラメータとして耐荷力曲線が評価されているため、設計の段階で有効座屈長が用いられる。したがって、有効座屈長を用いて設計することを前提とすれば、この有効座屈長の正確な評価が重要になる。比較的単純な骨組構造物では設計基準類の中で、設計上妥当な有効座屈長が表や簡単な式で与えられているが、複雑な骨組構造物や座屈設計例の少ない構造物に対しては、有効座屈長の算出に関して明確な指針が存在しない。ここでは、従来の有効座屈長の考え方を踏襲し、任意の構造系に対して合理的な有効座屈長を簡易に算出する方法について考察する。さらに、この方法により、台形ラーメンの柱部材の有効座屈長を求め、従来より妥当であると考えられている有効座屈長の値と比較する。

## ２．固有値解析を用いた有効座屈長の算定

固有値計算によって骨組構造物の有効座屈長を算出する場合、その値は構造物の形状のみならず、荷重条件に依存することはよく知られている[1]、[2]。その一方で、多くの設計実務者が構造部材の形状をもとに設計上妥当と思われる有効座屈長を算出していることも事実である[3]。したがって、構造物の形状に基づく情報のみから固有値計算が実施でき、その結果から有効座屈長が算出できれば、設計実務者にとって座屈設計が容易なものとなろう。そこで、骨組構造物の部材の有効座屈長を求める方法として、固有値解析の際に荷重条件を考慮せずに構造物の部材軸力にオイラー座屈荷重値を用いる方法を提案する。つまり、全部材が同時に座屈したとすれば、有効座屈長と座屈するときの部材（$i$ 部材）の軸力とは次式で関係づけられるはずである。

$$N_{cri} = EI_{mean}\pi^2/l_{ei}^{\ 2} \tag{1}$$

ここに、$N_{cri}$ ：$i$ 部材の座屈荷重、$I_{mean}$ ：$i$ 部材の平均断面二次モーメント、$l_{ei}$ ：$i$ 部材の有効座屈長、$E$ ：ヤング率である。この式から、逆に有効座屈長に見合う軸力を部材ごとに変化させて作用させ、固有値解析を行えば妥当な有効座屈長が求められることになる。すなわち、式（1）で示される各部材の座屈荷重 $N_{cri}$ を用いて、

$$\left|\boldsymbol{K}_E(E,I_i,l_i)-\lambda\boldsymbol{K}_G(N_{cri})\right|=0 \tag{2}$$

なる固有値方程式が作成できる。ここに、$\boldsymbol{K}_E$ ：弾性微小変位理論による剛性マトリックス、$\boldsymbol{K}_G$ ：幾何剛性マトリックス、$\lambda$ ：固有値、$I_i$ ：$i$ 部材の平均断面二次モーメント、$l_i$ ：$i$ 部材の部材長である。ここで、有効座屈長 $l_{ei}$ と座屈荷重 $N_{cri}$ が適合しているならば、式（2）において $\lambda=1$ が成立する。しかしながら、式（2）の $\lambda=1$ を満たす解、すなわち各部材の $N_{cr}$ の組み合わせは無数に存在するため、妥当な解を見いだすためには付帯条件が必要となる。ここでは各部材の座屈荷重 $N_{cri}$ の調和平均を最大にすることが座屈に対する安全性を最適にするとの判断基準を用いて、有効座屈長の決定を行った。その結果、設計に用いる有効座屈長 $l_{ei}^{\ *}$ は次式により計算される。

$$l_{ei}^{\ *}=\pi\sqrt{EI_i/N_{cri}} \tag{3}$$

以上のことをまとめると、式（4）、式（5）を同時に満たす $N_{cri}$ の組み合わせを求め、式（3）により、各部材の有効座屈長 $l_{ei}^{\ *}$ を求めることになる。

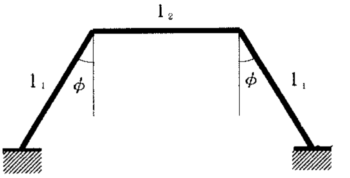
$$\left|\boldsymbol{K}_E(E,I_i,l_i)-\boldsymbol{K}_G(N_{cri})\right|=0 \tag{4}$$

$$F|_{max} = 1 / \sum_i \left( 1/N_{cri} \right) \qquad (5)$$

しかし、式（4）、（5）を同時に満たす$N_{cri}$の組み合わせを求めることは容易でないため、本報告では式（2）において$\lambda = 1$が成立するような$N_{cri}$の組み合わせを求め、それらのうち調和平均を最大にするものを選択するという条件から、ニューラルネットワークを用いて各部材の座屈荷重$N_{cri}$の最適な組み合わせを求めた。具体的には、式（2）において$\lambda = 1$が成立するような$N_{cri}$の組み合わせと、それらの調和平均の関係をニューラルネットワークに学習させることにより、それらの調和平均を最大にする各部材の座屈荷重$N_{cri}$を求めるという手順を用いた。

## ３．有効座屈長の算出の例

本報告で提案した方法により、図１に示すような台形ラーメンの柱部材の有効座屈長係数を計算し、文献４）に示されるたわみ角法より得た座屈方程式の解と比較する。なお、たわみ角法を用いる際の荷重条件は、両隅角部に鉛直下向きの等荷重が作用しているものとし、部材長は$l_1 = l_2$とする。これらの結果を表１に示す。また、図２、図３は、本提案法による結果と道路橋示方書とを比較したものである。




$l_2 = 20(m)$

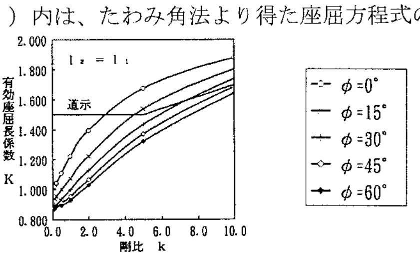
$E = 2.1 \times 10^7 (tf/m^2), I_2 = 1.0855 \times 10^{-4} (m^4)$

図１　台形ラーメン

表１　台形ラーメンの有効座屈長係数（$l_2/l_1 = 1.0$）

| 支承 | 固定 | | | ピン | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi$＼$k$ | 0.2 | 1.0 | 5.0 | 0.2 | 1.0 | 5.0 |
| 0° | 1.04(1.03) | 1.22(1.16) | 1.68(1.50) | 2.08(2.07) | 2.40(2.33) | 3.69(3.42) |
| 15° | 0.954(0.873) | 1.07(0.971) | 1.54(1.35) | 1.66(1.53) | 1.82(1.66) | 2.64(2.35) |
| 30° | 0.897(0.828) | 1.00(0.915) | 1.44(1.35) | 1.49(1.37) | 1.60(1.46) | 2.22(2.03) |
| 45° | 0.881(0.848) | 0.954(0.940) | 1.37(1.44) | 1.42(1.35) | 1.50(1.43) | 1.97(2.00) |
| 60° | 0.888(0.885) | 0.930(0.992) | 1.32(1.56) | 1.39(1.36) | 1.45(1.46) | 1.84(2.07) |

（注）（　）内は、たわみ角法より得た座屈方程式の解【文献４）の値】、$k = I_1 l_2 / I_2 l_1$：剛比



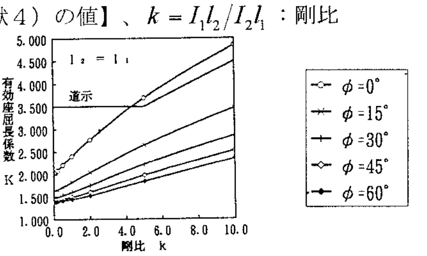




図２　台形ラーメンの有効座屈長係数（下端固定）　図３　台形ラーメンの有効座屈長係数（下端ピン）

表１からわかるように、本報告の提案法により算出した有効座屈長は、たわみ角法より得られる座屈方程式の解に近似しており、妥当であると思われる。また、図２、図３で本提案法による結果が道路橋示方書の値より大きくなる場合があるが、これは台形ラーメンのはり部材の座屈を考慮したためと思われる。

## 参考文献

１）織田博孝・宇佐美勉：骨組構造物の座屈設計法の比較と評価、構造工学論文集、vol.40A、1994.3.

２）西野文雄・三木千寿・鈴木篤：道路橋示方書Ⅱ　鋼橋編改訂の背景と運用、第13章ラーメン構造、橋梁と基礎、1981.10.

３）依田照彦・広瀬剛・杉村元：固有値解析を用いた有効座屈長の算出に関する一考察、第49回年次学術講演会、1994.9.

４）桜井孝：台形ラーメンの弾性座屈挙動について、東京鉄骨橋梁製作所・技術報、No.26、1988.