

CS - 71 現地観測データを用いた地盤内熱伝導係数の同定

○ 中央大学 学生員 佐野 泰彦
中央大学 正 員 安重 晃
中央大学 正 員 川原 陸人

1. 序論

様々な物理現象を数値的に解析する際、その結果が実際の現象とは、一致しない場合が多々ある。主要因の一つとして、支配方程式内に存在する不確定係数の選定方法の曖昧さが挙げられる。扱う問題によっては、そのような係数の値が計算誤差を生み出す場合が少なくない。現在、このような問題を解消するため不確定係数を観測値をもとに決定するという逆解析問題の研究が行われてきている。本研究の目的は、地盤内の熱伝導現象を数値的に正しく予測するため、不確定要素となっている熱伝導係数の同定、推定を行う事である。同定手法としては、温度の計算値と観測値の残差二乗和を評価関数として設定し、評価関数の最小値を探索するという最小化の手法を用いた。また、確率の理論を取り入れた拡張カルマンフィルタを用いたパラメータ推定についても現在検討中である。領域内の温度解析手法としては有限要素法を用いた。尚、温度観測値を得るため千葉県農業試験場に圃場を借り、温度センサーを埋設し観測データを取得した。

2. 基礎方程式と有限要素法

基礎方程式として以下に示す二次元非定常拡散方程式を用いる。

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \beta \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = Q \quad (1)$$

ここで、 T 、 ρ 、 C_p 、 β 、 Q は、それぞれ温度、密度、比熱、熱伝導係数、内部発熱量を表す。基礎方程式(1)を三節点三角形に基づく有限要素で離散化し、さらに時間方向に陽的オイラー法を適用すると、以下の有限要素方程式が得られる。

$$[M_{\alpha\beta}(\gamma)] \frac{\{T_\beta\}^{n+1} - \{T_\beta\}^n}{\Delta t}$$

$$+ [S_{\alpha\beta}(\beta)] \{T_\beta\}^n = \{\hat{\Omega}_\alpha\} \quad (2)$$

ここで、 $[M_{\alpha\beta}(\gamma)]$ 、 $[S_{\alpha\beta}(\beta)]$ 、 $\{\hat{\Omega}_\alpha\}$ は、それぞれ集中化された質量マトリックス、拡散係数マトリックス、自然境界におけるフラックスを表す。質量マトリックス内の γ は(1)式における ρC_p のことである。式(2)を用い順解析を行う。

3. 最小化手法

本研究では、アルゴリズムが比較的簡単で大規模計算に適していると言われている共役勾配法の一種である Fletcher-Reeves 法を用いた。評価関数を以下のように設定する。

$$J(\beta) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{T(\beta) - T^*\}^T \{T(\beta) - T^*\} dt \quad (3)$$

式(3)における $T(\beta)$ 、 T^* は、それぞれ温度の計算値と観測値である。式(3)の $J(\beta)$ は温度の計算値から観測値を引いたものの二乗の形になっており、これら2つの値の差が小さいほど $J(\beta)$ の値は小さくなる。ここで t_0 、 t_f とは同定開始時間、終了時間を意味する。初期勾配とステップ幅は、次のとおりである。

$$\{d\} = - \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\} = - \int_{t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial T}{\partial \beta} \right]^T \{T(\beta) - T^*\} dt \quad (4)$$

$$\alpha = - \frac{\{d\}^T \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}}{\{d\}^T \int_{t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial T}{\partial \beta} \right] \left[\frac{\partial T}{\partial \beta} \right]^T dt \{d\}} \quad (5)$$

この α とは、 $J(\beta + \alpha d)$ に関する1変数関数を考えた場合、その時の降下方向に対しての評価関数の最小値を与える量である。 $\left[\frac{\partial T}{\partial \beta} \right]$ は、感度マトリックスであり(6)式を β で偏微分することにより求められ

る。Fletcher-Reeves 法により二回目以後の勾配を次の様にあらわす。

$$\varphi = \frac{\left(\left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i+1)}, \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i+1)} \right)}{\left(\left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i)}, \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i)} \right)} \quad (6)$$

$$d^{(i+1)} = - \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i+1)} + \varphi d^{(i)} \quad (7)$$

4. 数値計算例

図1に現地地盤の断面図を示す。各観測点において30分おきに温度が計測され、パイプは、地温制御用に埋設されている。図のとおり地盤構成は、三種類の砂層から成りそれぞれ違った熱伝導係数をもっていると思われる。図2に示す有限要素メッシュを使って温度解析を行う。A-B、B-C、C-D境界は断熱とし、A-D境界では温度を強制境界条件として与えた。今回 ρC_p を $2.0 \times 10^6 [Kg/K \cdot ms^2]$ 一定とし、オーダーの小さい β のみ同定することを試みた。表1に載せた現地観測データを使い計8ケース計算を行い、データの季節的な変化に伴う熱伝導係数値の変動を調べてみた。各データとも比較的長い期間観測されたものであり、様々な天候条件を含んでいる。

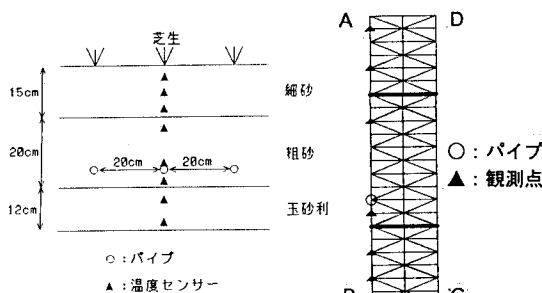


図1

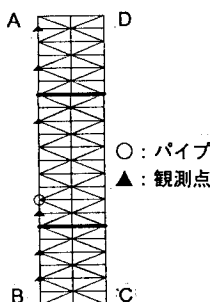


図2

観測データ	
	観測期間
ケース1	93年8月9日～8月16日
ケース2	93年8月28日～9月7日
ケース3	93年9月8日～9月17日
ケース4	93年9月17日～10月7日
ケース5	93年12月7日～12月24日
ケース6	94年1月25日～2月8日
ケース7	94年2月10日～3月3日
ケース8	94年3月4日～3月9日

表1

表2に地盤内各層の熱伝導係数収束値を示す。ケースごとに収束までの計算回数はまちまちだが結果のみを載せた。

収束値			
	第一層	第二層	第三層
ケース1	1.556	2.791	0.353
ケース2	1.461	2.545	1.167
ケース3	1.384	2.674	1.373
ケース4	1.552	2.623	1.362
ケース5	1.650	2.853	1.007
ケース6	1.384	2.302	0.090
ケース7	1.575	2.529	1.284
ケース8	1.191	1.826	0.089

表2

5. 結論

数値解析結果より得られた熱伝導係数は各ケースで多少の差異はあるが、各層の大小関係は変わっていない。これらの値を用いて熱伝導現象解析を行うと実際の現象とよく一致すると思われる。今回比較的長めのデータを使った理由として降雨、降雪時のデータを使うと温度勾配が少なく感度が鈍り計算が安定しなくなる。観測データによるパラメータ値の違いは、パラメータを時間的に変化しないものとして考えているためだと思われる。今後、パラメータの時間的変動を考慮した同定について検討したい。

参考文献

- [1] 小嶋 啓一、児玉 敏雄、佐野 泰彦、川原 睦人 “非線形最小二乗法による地盤の熱伝導率の同定” 第7回 数値流体力学シンポジウム
- [2] 鶴身 直樹、川原 睦人、樋田 吉造 “非定常浸透流における透水係数の同定” 第2回 数値流体力学シンポジウム
- [3] 児玉 敏雄 “浅水長波方程式の有限要素解析とその応用に関する研究” 佐藤工業（株）技術研究所報 別冊