

CS - 70

地中温度の最適制御に関する 実験と数値解析の比較検討

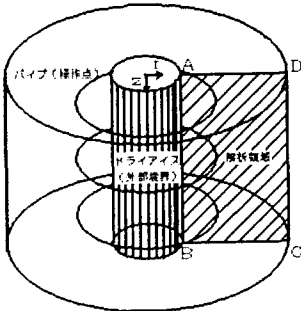
○ 中央大学 学生員 鈴木 誠一
中央大学 正 員 安重 晃
中央大学 正 員 川原 睦人

1. はじめに

「ある領域における、ある物理量を、人間の思うがままに操る。」という研究が、現在、必要とされている。本論文では、その一例として、地中温度制御について報告する。例えば、1) 地中LNGタンクの、地下水凍結によるタンク破損を防止するために、また、2) 高温により発病するゴルフ場グリーンの、無農薬管理 [1] 等のために、地中温度制御は必要とされる。

実験値と計算値を比較するために、(図-1) に示す様な、軸対称モデルにおける制御問題を扱う。境界ABに与える強制境界条件に対し、パイプ温度操作により、任意の目的点を、任意の目的温度に制御する。

通常の最適制御（操作量が連続）の研究 [1] は、盛んに行われてきた。本報告では、操作点（パイプ点）に与えることのできる操作温度を、予め、数通りに限定する。つまり、不連続な操作量により最適制御を行う。その結果、実際問題における現場での温度操作が、より簡単に行える。この様に、事前に操作温度を数通りに決め、その操作温度スイッチの切り替えにより温度操作する最適制御を、Bang-Bang 制御という。本論文では、軸対称モデルにおける、Bang-Bang 制御の解析結果のみ示す。



(図-1) 軸対称モデル図

2. 基礎方程式

数値解析モデルの温度計算値 $\{\theta\}$ を得るために、次のような軸対称非定常熱伝導方程式を適用する。

$$\rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - \beta \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right\} = 0 \quad (1)$$

ここに、 r は中心からの距離（半径）、 z は高さ方向の距離、 ρ は密度、 C_p は比熱、 β は熱伝導率である。解析領域の境界は、温度が規定される強制境界と、法線方向の温度勾配が規定される自然境界より成る。(1) 式の離散化に対して、空間方向に有限要素法、時間方向にクランク・ニコルソン法を適用する。

3. 制御手法

Bang-Bang 制御問題を扱うために、評価関数 J を次式のように定義する。

$$J = \sum_{t=t_0}^{t_f} \left((\{\theta\} - \{\theta^*\})^T [Q] (\{\theta\} - \{\theta^*\}) + \{R\}^T \{u\} - \{u^*\} \right) \quad (2)$$

ここで、(2) 式右辺の操作量 $\{u\}$ に関する項（絶対値の項）が、二次形式になっていないことが、Bang-Bang 制御の特徴である。Bang-Bang 制御問題は、評価関数 J が最小になるときの、操作量 $\{u\}$ を (3) 式の範囲内で決定することに帰着される。

$$\{b\} \leq \{u\} \leq \{a\} \quad (3)$$

ここに、 $t_0 \sim t_f$ は制御開始・終了時刻、 $\{\theta^*\}$ は目的点での目的温度、 $\{\theta\}$ は計算温度、 $\{u^*\}$ は操作点（パイプ点）に与えることのできる操作温度、 $\{u\}$ は求むべき操作量、 $\{a\}$ と $\{b\}$ は、操作量の取り得る最大値と最小値、 $[Q]$ 、 $\{R\}$ は重み関数である。この場合、操作点に与えることのできる操作量は、最大、三通り $(\{a\}, \{b\}, \{u^*\})$ である。(2) 式の重み関数 $\{R\} =$

{0} のとき、二通り ($\{a\}, \{b\}$) の操作温度となる。三通り以上の操作温度 ($\{a\}, \{b\}, \{u^*\}, \dots$) を与えるためには、(2) 式右辺の絶対値の項と同様な項を増やし、それぞれ操作温度 $\{u^*\}$ を設定すれば良い。

評価関数の最小化手法には、ラグランジュ乗数法による Sakawa-Shindo 法を用いる。Sakawa-Shindo 法により、安定した繰り返し計算の最小化が可能となる。

4. 数値解析例

(図-1) に示した軸対称モデル図の、領域 ABCD を、(図-2) の有限要素メッシュに分割した。通常、最適制御結果 [1] と、本報告の Bang-Bang 制御結果を、それぞれ (図-3) と (図-4) に示す。(図-2) に示す外部境界 AB に対して、目的点での温度を、目的温度 (sin 関数) に、限りなく一致させるためには、(図-3) に示す操作温度 (パイプ点温度) を、(図-2) の操作点 (パイプ点) に与えなければならない。このような連続した操作温度を、時々刻々与える実験は、困難である。故に、(図-4) に示す様な、Bang-Bang 制御が必要となる。

(図-3) に比べ、(図-4) では、目的点での温度が、目的温度に一致していない。しかし、(図-4) の様に、限られた操作温度しか与えることができない場合、その結果は、その場合の最適制御結果となる。さらに、実際の制御システムを稼働させる時、(図-4) における操作量は、(図-3) に比べて、かなり与えやすいものと考えられる。

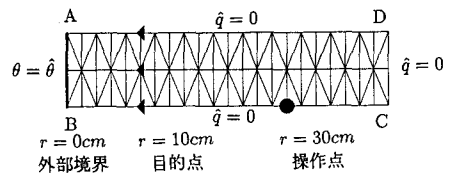
5. おわりに

軸対称モデルにおける、Bang-Bang 制御の数値解析に成功した。通常、最適制御の連続した操作量に比べ、Bang-Bang 制御のスイッチ切り替えによる操作量は、実際の制御システム、及び実験に、適していることが示された。実際に Bang-Bang 制御の実験を行い、解析結果の信頼性を確認し、制御システムの実現可能性を検討する予定である。制御実験を行う際、地中熱伝導率は、数値解析によるパラメータ同定 [2],[3] により求める。本研究が、千葉県農業試験場で研究されている、「ゴルフ場グリーン無農薬管理」に役立てばと思う。

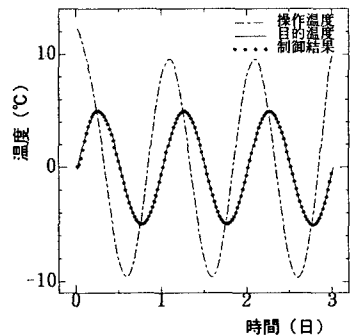
地中 LNG タンクの地下水凍結による「タンク破損」を防ぐための制御には、地中温度以外に、地下水の流れ、及び地盤内の力のつりあい等が、考慮されなければならない。今後、こちらの解析、実験の研究も進めたい。

参考文献

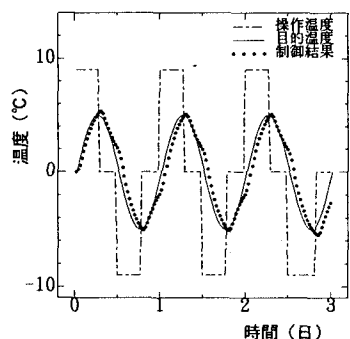
- [1] 阪本敦士、佐々木建一、川原睦人 “ゴルフ場グリーンの地盤温度制御”、第21回関東支部技術研究発表会講演概要集 (pp.300-301)
- [2] 鈴木誠一、安重晃、川原睦人 “ゴルフ場グリーン下の地盤熱伝導率の同定”、第21回関東支部技術研究発表会講演概要集 (pp.298-299)
- [3] 鈴木誠一、安重晃、川原睦人 “拡散問題におけるパラメータ同定”、第7回数値流体シンポジウム (pp.593-596)



(図-2) 有限要素分割図



(図-3) 通常、最適制御結果



(図-4) Bang-Bang制御結果