

潮流数値計算における開境界条件の処理について

佐賀大学理工学部 正会員 大串浩一郎
第一復建 正会員 山口 将一

1. はじめに

有限要素法や差分法などの数値計算により波浪や潮流の非定常数値解析を行う場合、実測データの不足等の理由から、開境界条件としては通常周期的な水位もしくは流速が与えられている。しかしながら、計算領域への入射波として与えられるそのような波は、海岸線等の陸地境界で反射し、開境界において入射波との整合が取れず再度反射し、内部領域の計算解を乱すことがある。谷本・小舟¹は、開境界における入射波と反射波の干渉をなくした無反射性境界を導入し、開境界の外側に計算節点を設けて差分法による波浪解析を行った。児玉・川原²は、これを有限要素法に応用し、開境界の内側にFEM計算領域を設けて無反射性の開境界条件処理を行っている。

本研究では、谷本・小舟らの手法をもとに陸地境界で反射した波と入射波の干渉をなくした無反射性境界を用いて、非線型項を含む基礎式の差分による有明海の潮流数値解析に適用したので報告する。

2. 解析方法

本研究では、基礎式として以下のように鉛直方向に海底から水面まで積分した連続の式及び運動方程式を用いた。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (h + \zeta) U \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (h + \zeta) V \right\} = 0 \quad (1) \quad \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\tau_{0x}}{h + \zeta} \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\tau_{0y}}{h + \zeta} \quad (3)$$

ここで、U、Vは水平方向の流速のx、y成分、 ζ は平均水深からの水位変動量、hは水深、 τ_0 は海底摩擦力である。なお、水平渦動粘性や水表面摩擦、コリオリ力は無視し、気圧は大気圧で一定としている。

次に、開境界において無反射性を考慮するため次の手法を用いた。開境界に沿ってy軸をとりそれと直角にx軸をとり、今、簡単のため流速はx成分のみであると仮定すれば、開境界 $x = x_0$ における流速 U_0 、水位変動量 ζ_0 はそれぞれ次式のように開境界上の入射波成分と反射波成分の和として表すことができる。

$$U_0 = U(x_0, t_0) = U_I(x_0, t_0) + U_R(x_0, t_0) \quad (4) \quad \zeta_0 = \zeta(x_0, t_0) = \zeta_I(x_0, t_0) + \zeta_R(x_0, t_0) \quad (5)$$

ここで、Iは入射波成分、Rは反射波成分を表している。もし、入射波成分が簡単にsin波で表され既知であるとすれば、開境界より $2\Delta x$ 外側における反射波成分はU、 ζ それぞれについて以下のようになる。

$$U_R(x_0 - 2\Delta x, t_0 + 2\Delta t) = U_R(x_0, t_0) = U(x_0, t_0) - U_I(x_0, t_0) \\ = U(x_0, t_0) - \frac{g}{c} A \sin(kx_0 - \omega t_0) \quad (6)$$

$$\zeta_R(x_0 - 2\Delta x, t_0 + 2\Delta t) = \zeta_R(x_0, t_0) = \zeta(x_0, t_0) - \zeta_I(x_0, t_0) \\ = \zeta(x_0, t_0) - A \sin(kx_0 - \omega t_0) \quad (7)$$

ここで、cは長波の波速、kは波数、 ω は角振動数である。なお、 Δx は計算格子間隔 Δs とは異なり、 $2\Delta x = c \times 2\Delta t$ を満足するように選ぶ必要がある。(6)、(7)式より開境界外側のU、 ζ が得られたので、以下は $2\Delta x$ と Δs の不等間隔格子において次ステップの値を差分によって求めていけば良い。

3. モデル計算と結果の考察

(1) 反射波の影響を考慮した長方形モデル湾の検討

図-1のような水深10m、100m×5mの長方形モデル湾において、 $\Delta s=1m$ として潮位変動の計算を行った。検討項目は、反射波を無視したものと反射波を考慮したものに分け、また、非線型項や海底摩擦項を考慮したものと無視したものについて行った。

図-2、3は開境界における潮位の時間的変化を示したものである。反射波を無視した強制的な周期的潮位変動を与えた場合と反射波を考慮してその影響が現れるまで計算を行ったものが描かれている。次にこの計算を10周期行い、その10周期目の潮位変動を1/4周期毎に場所的分布を表したのが図-4、5である。それぞれ反射波無視と反射波考慮の場合である。この図をみても分かる様に反射波を考慮したものではきれいな重複波が形成されているのに対し、反射波を無視した計算では計算領域内部の解がかなり乱されている。図-6、7は、図-1に示した各

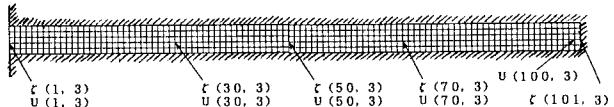


図-1 長方形モデル湾の計算領域図

地点の潮位変動を横軸に時間ステップをとって示したもので、この図からも同様の考察が導かれる。なお、反射波処理を行ったものでは、非線形項や摩擦項のあるなしに関わらず同じ計算結果を得たことを記しておく。

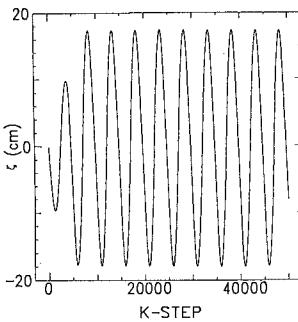
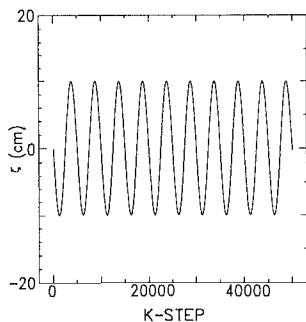


図-2,3 開境界における潮位

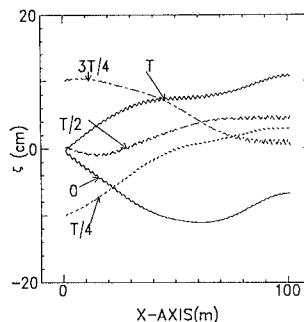


図-4,5 潮位の場所的分布

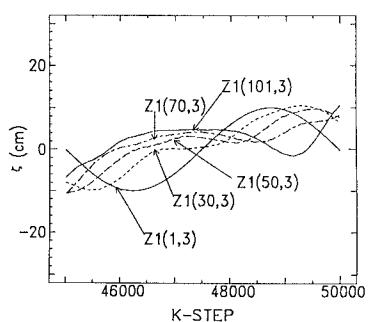


図-6,7 潮位の時間的变化

(2) 有明海の潮流解析への適用

開境界において反射波を考慮する処理を有明海の潮流解析に適用した。計算格子は2kmの正方形メッシュに切り、開境界としては早崎瀬戸をとり、合成された振幅が140cmになるように処理を行つ。周期T=12.4hを与え、収束後(60周期)の1周期の間の潮流、潮位を記録した。図8は有明海奥部住之江における潮位の時間的な変化図、図9は西流最強時の流速ベクトル図である。丸印は、有明海観測所における実測データ(河川情報センター)である。振

幅はほとんど一致しているが、位相が1時間程ずれている。これは、干渉の影響や海底摩擦の評価、開境界におけるy方向の流速成分の影響などのために起こったものと考えられる。

4. 結論

以上の結果より、反射波を考慮した無反射性開境界条件を処理することによって、計算領域内部の計算解を乱すことなく港湾等における波浪や潮流の数値計算を行えることが明らかとなった。

参考文献

- 1) 谷本勝利・小舟浩治：数値波動解析法による港内波高分布の計算、第22回海岸工学講演会論文集(1975)
- 2) 児玉敏雄・川原睦人：有限要素法による潮流解析における入射境界条件の処理、第44回年次学術講演会概要集(1989)
- 3) 児玉敏雄・川原睦人：潮流の非定常有限要素法解析における開境界条件の処理、第45回年次学術講演会概要集(1990)
- 4) 山口将一・大串浩一郎・岸原信義：港湾における潮流数値解析に関する一考察、土木学会西部支部研究発表会(1994)

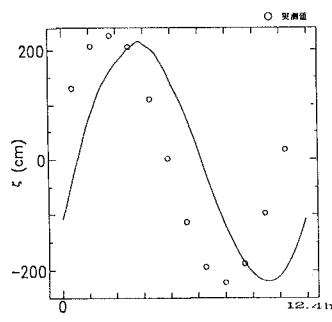


図-8 住之江の潮位変化

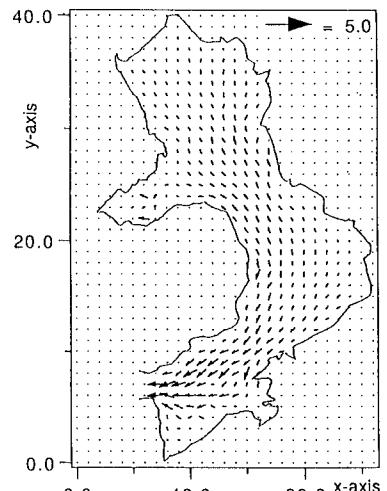


図-9 西流最強時の流速分布