

1. はじめに

本研究は、大規模数値流体解析にその有用性が期待されている超並列計算機に着目し、それを浅水長波流れの大規模有限要素解析に適用するための効率的な並列化計算手法の構築を行ったものである。なお、並列計算機としては、超並列計算機の一つであるCM-5（ThinkingMachine社製）を用いた。

2. 基礎方程式

基礎方程式として、次式に示す浅水長波方程式と移流拡散方程式を用いる。

$$\dot{U}_i + U_j U_{i,j} + g \zeta_{,i} + \frac{\tau_i}{h + \zeta} U_i - A_i (U_{i,j} + U_{j,i})_{,j} + f_i = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\zeta} + \{(h + \zeta) U\}_{,i} = 0 \quad (2)$$

$$\phi + (\phi U_i)_{,i} - \kappa \phi_{,ii} = 0 \quad (3)$$

ここに、 U は平均流速、 ζ は水位変動量、 h は水深、 g は重力加速度、 τ は海底摩擦係数、 A_i は渦動粘性係数、 f はコリオリ力、 ϕ は濃度、 κ は拡散係数である。

3. 並列計算法

基礎方程式を離散化するにあたり、(1)、(2)式の浅水長波方程式にはセレクトイブランピング有限要素法、(3)式の移流拡散方程式に対してはSUPG有限要素法を用いる。なお、時間の離散化には三段階陽的解法を用いる。

並列計算機としては、ミネソタ大学の所有するCM-5（ThinkingMachine社製）を用いる。CM-5は、MIMD（コントロールパラレル）モードとSIMD（データパラレル）モードの両モードの取り扱いが可能である。CM-5には、544個のプロセッサノードが接続されており、最大512個のノードを用いた並列計算が可能となっている。各ノードは、Sun社のSPARC RISCチップが用いられ、32MBのメモリーと4つのベクトルプロセッサを有している。512個のノードを用いた場合のピーク演算速度は、65GFLOPSになる。なお、使用言語は、FORTRAN90に準拠しているCM FORTRANを用いる。

並列化を行うにあたり、要素レベルと方程式レベルの二つのデータ配列モードを定義する(図-1参照)¹。要素レベルの配列には、要素方程式レベルのデータを格納し、方程式レベルの配列には、全体方程式レベルのデータを格納する。すなわち、節点座標データ、要素の結合データ、要素レベルの変数および係数行列は要素レベルの配列に、流速、水位、濃度など逐次更新される変数は方程式レベルの配列に格納する。方程式レベルから要素レベルへのデータの通信をgather、その逆の通信をscatterと呼んでいる。

要素レベルの有限要素方程式を示すと、次のようになる。

$$(M_{\alpha\beta}^L)_e (x_\beta)_e = (f_\beta)_e \quad (4)$$

ここに、 $(M_{\alpha\beta}^L)_e$ 、 $(x_\beta)_e$ および $(f_\beta)_e$ は、それぞれ要素レベルの集中係数行列、未知ベクトルおよび既知ベクトルである。各時間ステップにおいて、これら要素レベルの集中質量行列と既知ベクトルの計算は要素レベルで行う。そして、これらの要素レベルの値を、scatter操作により方程式レベルの値に変換して、未知ベクトルを次式により求める。

$$x_\beta = f_\beta / M_{\alpha\beta}^L \quad (5)$$

なお、境界条件の代入は方程式レベルで行っている。

また、プロセッサ間のデータ通信時間を節約するために、隣り合う要素同士の通信は同じプロセッサ内で行うように領域分割を行っている。²

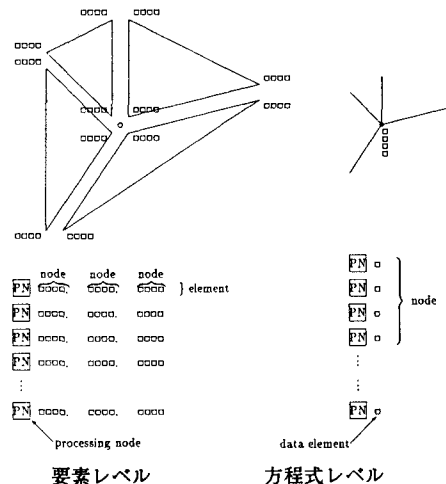


図-1 データ配列モード

4. 数値計算例

数値計算例として、東京湾の大規模潮流解析と汚濁拡散解析を行った。図-2に計算に用いた(領域分割された)要素分割図を示す。なお、この例では、全要素は127個の領域に分割され、領域毎にプロセッサが割り当てられている(1プロセッサあたり448要素)。要素総数は56893、節点総数は30105である。境界条件としては、湾口で周期12.42時間(M2分潮)、振幅0.5mを与え、陸岸境界ではスリップ条件を用いている。図-3に計算結果の一例として、浦賀水道周辺の流速分布図を示す。図-4に、32個のノード(128個のプロセッサ)を用いた場合で、領域分割を行った場合とそうでない場合の計算時間の比較を示している。これより、領域分割を行うことにより通信時間が約3倍短縮化されていることがわかる。なお、領域分割を行った場合の演算速度は、0.359sec/step, 11.9micsec/step/nodeである。また、全体の計算時間に占める通信時間の割合は約6割である。図-5に、ノード数を変えた場合の平均演算速度を示している。図より、ノード数を増加させるに従い演算速度は低下している。



図-2 領域分割された要素分割図



図-3 計算結果の一例(流速分布図)

	領域分割なし	領域分割あり
領域分割		70 sec
gather	2329 sec	664 sec.
計算時間	677 sec	673 sec
scatter	1149 sec	428 sec
合計	4155 sec	1835 sec

(5400steps; 32ノード)

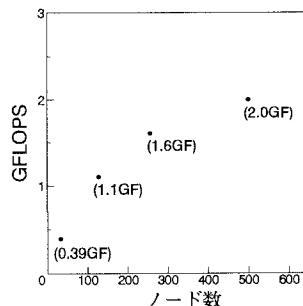


図-4 全計算時間の比較

図-5 ノード数と平均演算速度の関係

5. おわりに

本研究において、超並列計算機を浅水長波流れの大規模有限要素解析に適用し、効率的な並列計算手法の構築に関する検討を行った。その結果、次のことが明らかになった。

- 1) 陽的有限要素法は、解法が並列計算機のハード的構造に合致し、並列化がきわめて容易である。
- 2) 領域分割を行うことにより、gatherおよびscatter操作による通信時間を大幅に短縮できる。
- 3) 演算速度を線形的に高速化させるためには、各プロセッサに要素を数百程度割り当てる必要がある。このことは、大規模問題になるほど並列計算機がその威力を発揮することを意味する。

謝辞：本研究は著者がミネソタ大学での在外研究に行ったものであり、アドバイザーであるミネソタ大学スーパーコンピュータ研究所のTayfun Tezduyar教授に感謝致します。

参考文献

1. Behr, M and Tezduyar, T.E., Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol.112, pp.3-24, 1994.
2. Johan, Z., Mathur, K.K., Johnsson, S.L. and Hughes, T.J.R., Thinking Machine Technical Report, Cambridge, MA, 1993 and Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. (in press)