

CS - 49

薄い境界を有する2次元移流拡散方程式の数値計算

大阪市立大学 正会員 小田一紀
 大阪市立大学 正会員 ○ 重松孝昌
 川崎重工業(株) 小林徹雄

1. はじめに 発電所から排水される温水や工事区域から流出する濁りの拡散問題など、移流拡散方程式を種々の差分スキームによって計算した例は数多く見られる。しかし、たとえば汚濁防止膜周辺の濁りの拡散問題に見られるような、計算対象領域内に薄い面状の境界条件を有する場合の拡散計算が行われた例はあまり見られない。また、拡散計算によって求められた結果と実験結果を比較、検討した例はほとんどないように思われる。

著者らは、これまで、定常流中に膜を設置してカオリンを用いた鉛直2次元拡散実験を行い、膜周辺の流れの構造およびカオリンの拡散過程を研究してきた^{1),2)}。本研究は、SIMPLE法、6-point法および5次精度の上流差分法を用いて膜周辺の拡散計算を行い、実験結果を再現することができる適切な数値計算法および境界条件の扱い方について検討を行った。

2. 実験概要および実験結果 実験は、水深1m、定常流速 $u = 3.2\text{cm/s}$ の下で行い、不透水性の合成繊維製の薄い膜を流れに直角に設置した。膜周辺の流速は電磁流速計を用いて計測した。膜の設置位置の1m上流の水面からカオリン溶液を有限時間で放出し、その時空間濃度を光感度式濁度計を用いて測定した。実験の詳細は文献1), 2)を参照されたい。実験で計測された膜周辺の流速ベクトルとカオリンの空間等濃度比の系時変化の1例を図-1および図-2に示す。

3. 計算条件および流れの計算結果 膜周辺の流体運動は、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルをSIMPLE法に基づいたTEACH-TBコードによって計算した。メッシュ間隔は $\Delta x/h = \Delta z/h = 0.05$ (h : 水深)、タイムステップは $\Delta t = 1.0\text{s}$ とし、膜の変形形状は実験で測定されたデータを基にして与えた。得られた計算結果を図-3に示す。図-3と図-1を比較すると、流況の計算結果は実験結果をほぼ再現しているといえる。以後の拡散計算では図-3に示される流速の計算結果を用いた。

拡散方程式の計算に必要な乱流拡散係数は、流れの計算によって求められた渦動粘性係数と等値であるとした。また、膜を表す面境界上でその法線方向の流速および拡散係数を0とすることによって、面境界を通過する濃度フラックスがないという条件を満足させた。

4. SIMPLE法による拡散計算 図-4はSIMPLE法を用いて得られた濃度比の等値線図を示したものである。図-4と図-2を比較すると、膜の下流域の濃度分布に特に大きな差異が認められる。すなわち、数値計算では実験で観察されるような膜の下流域に存在する濃度の高い領域が再現されていないことがわかる。Vahl Davisら³⁾によれば、計算では流れが格子線に対して斜めに流れるときに偽拡散が生じ、格子線と流れのなす角度が 45° のとき偽拡散が最も大きくなると指摘している。図-1および図-3より、膜によって流向が変化し、格子線に対して斜めに流れていることがわかる。すなわち、膜の近傍において偽

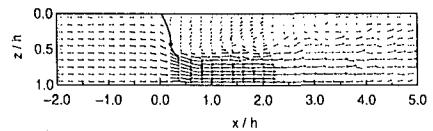


図-1 流速ベクトル図(実験結果)

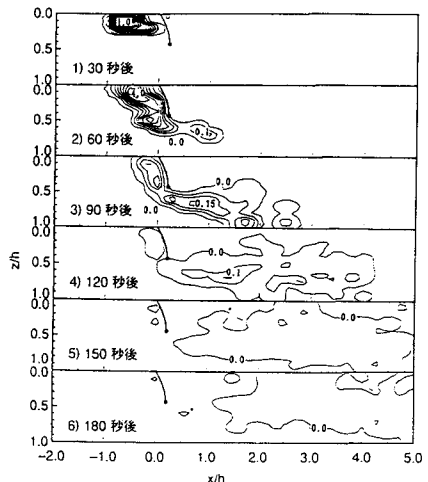


図-2 等濃度比線図(実験結果)

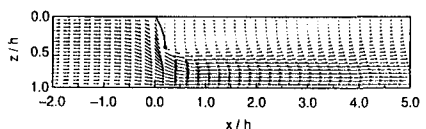


図-3 ベクトル図(計算結果)

拡散が生じていることが予想される。この偽拡散は移流項の計算によって生じることから、移流項を精度良く計算する必要があることがわかる。

5. 6-point 法による計算結果 次に、移流項の計算精度が高いとされている 6-point 法⁴⁾を用いて計算を行った。図-5 にその計算結果を示す。同図より明らかなように、6-point 法による拡散計算によれば膜の背後の濃度はほぼ 0 となることわかる。また、膜の上流側においても膜の近傍における濃度が低くなっている(同図 2),3) 参照) ことから、移流項を精度良く計算するだけでなく、面境界条件の取り扱い方についても検討が必要であることがわかる。6-point 法は着目点の濃度の計算にその前後 5 点の濃度値を必要とし、それぞれの濃度の係数はクーラン数を用いた経験定数で表されている。したがって、ここで取り扱っているような内部境界条件の形状が流れに応じて変化するような場合には、6-point 法の適用は容易ではない。

6. 5 次精度の上流差分法による計算結果 さらに、5 次精度の上流差分を用いて拡散計算⁵⁾を行った。5 次精度の上流差分は $x = i$ における濃度勾配をその前後の 5 点を含む 6 点の濃度を用いて計算するものである。したがって、面境界 $x = i$ 上で $\partial C / \partial n = 0$ (n は法線方向を示す) という条件を課すときに、 $x = i$ における法線方向の流速および拡散係数を 0 とするだけでなく、 $\partial C / \partial x = 0$ が成り立つように $C_{i-3} = C_{i-2} = C_{i-1} = C_i = C_{i+1} = C_{i+2}$ とし、これらの点の濃度は最も上流側に位置する点 C_{i-3} に等しいとすることによって $\partial C / \partial n = 0$ を満足するように計算を行った。その結果を図-6 に示す。同図によれば、膜の上流側に濃度の高い領域が存在すること(同図 2),3)) や膜の下流域に流出した後の濃度分布(同図 5),6)) など、計算結果は実験結果を比較的良好に再現していることがわかる。

7. 結論 5 次精度の上流差分を用い、境界条件の与え方を工夫することによって膜の周辺の拡散過程を再現することができた。しかし、境界条件の与え方を含めた数値計算法についてさらに検討する必要があると考えられる。

参考文献

- [1] 小田・他(1992): 汚濁拡散防止膜周囲の鉛直 2 次元流れに関する実験的研究, 海岸工学論文集第 38 巻(2), pp.876-880. [2] 小田・他(1993): 垂下膜・自立膜の近傍における沈降物質の拡散に関する鉛直 2 次元実験, 海岸工学論文集第 40 巻(2), pp.976-980. [3] de Vahl Davis, G. et.al.(1972): False Diffusion in Numerical Fluid Mechanics, Univ. of New South Wales, Rep. No. 1972/FMT/1. [4] たとえば, 小松利光(1990): 環境水理学における拡散問題, 第 26 回水工学に関する夏期研究会講義集, A-3. [5] たとえば, 湯晋一(1993): 講習会教材・粉流体マイクロダイナミクス-その基礎から最先端まで-, 日本機械学会, pp.47-55.

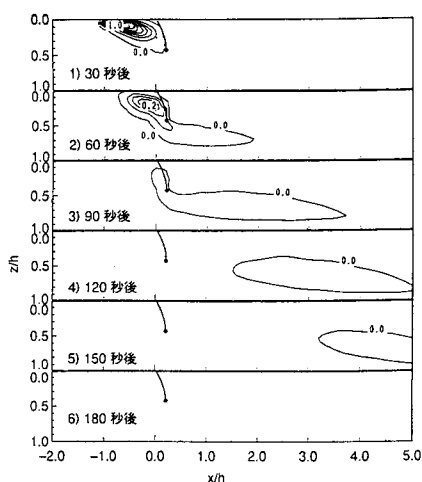


図-4 等濃度比線図 (SIMPLE 法)

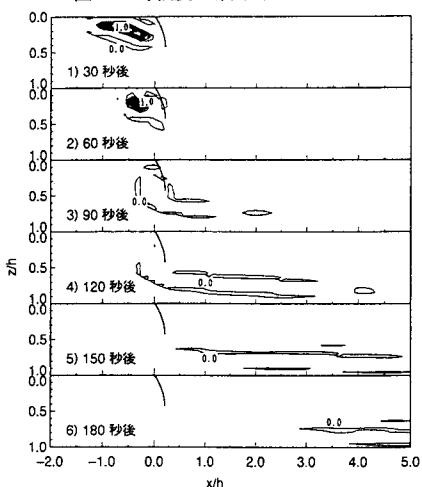


図-5 等濃度比線図 (6-point 法)

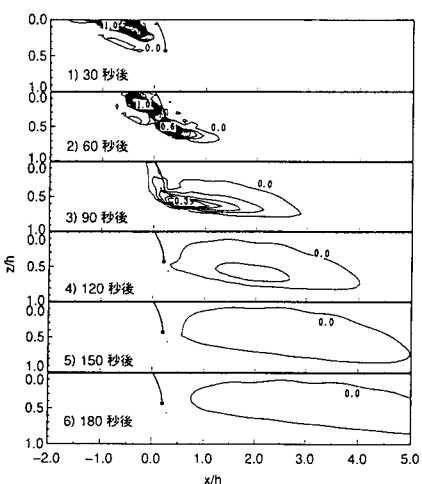


図-6 等濃度比線図 (5 次精度の風上差分法)