

中央大学 学員 丸岡 晃
 中央大学 正員 平野 廣和
 中央大学 正員 安重 晃

1 はじめに

橋梁の耐風設計において、通常、構造系から決められた基本設計案について風洞試験等が実施され、耐風性を検討して詳細設計が進められる。それには、構造断面の空力特性を検討して、渦励振やフラック等の特性を把握する必要がある。ところで、最近の数値流体解析手法の発達により、物体が静止した状態での空気力の解析のみならず、物体がバネで支持された場合や、強制加振された状態での動的な場での流れの状態を知る解析^[1,2]が提案されるに至っている。

ここでは、このような観点から、実際の橋梁の耐風設計で重要な動的問題への数値流体解析手法の適用を考察することとする。具体的には、ばね支持され辺長比 1:2 の角柱まわりの流れ解析を行う。流れ場においては、ALE 記述による非圧縮粘性流体を扱っている。また、離散化手法として、分離型有限要素法に基づく三段階テラー・ガラーキン法を適用する。

2 基礎方程式

ALE 記述による非圧縮粘性流体の運動方程式と連続式は、次のように表される。

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho(u_j - w_j)u_{i,j} + p_{,i} - \mu(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} = 0 \quad (1)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad (2)$$

ここで、 u_i は流速、 w_i はメッシュ速度、 p は圧力、 ρ は密度、 μ は粘性係数を示す。ここでの ALE 法では、式(1)のメッシュ速度 w_i を任意に選ぶことができる。

次に、流体中の構造物について、以下のような仮定をする。

- 構造物は、剛体であり、それ自身は変形しない。
- x, y 方向の並進変位 X, Y と、重心周りの回転変位 θ の 3 自由度の運動とする。
- 3 自由度とも独立のばね、および、ダッシュポットにより支持されている。

以上の仮定により、構造物の運動方程式は次のように表される。

$$M_{ij}\ddot{X}_j + C_{ij}\dot{X}_j + K_{ij}X_j = F_i \quad (3)$$

ここで、 X_i は変位 $x_i = \{X, Y, \theta\}$ 、 F_i は流体力による外力 $F_i = \{D, L, M\}$ を示す。また、 M_{ij} は質量行列、 C_{ij} は減衰行列、 K_{ij} は剛性行列を示し、それぞれ対角行列であ

る。尚、ここではこの方程式を線形加速度法によって求めた。

流体力による外力 F_i は、次の式により求められる。

$$D = \int_{\Gamma_s} (\sigma_{xj} n_j) d\Gamma \quad L = \int_{\Gamma_s} (\sigma_{yj} n_j) d\Gamma$$

$$M = \int_{\Gamma_s} \{-l_y (\sigma_{xj} n_j) + l_x (\sigma_{yj} n_j)\} d\Gamma \quad (4)$$

ここで、 Γ_s は構造物が囲まれている境界、 n_i は構造物周りの外向き放線ベクトル、 l_i は構造物の重心から境界 Γ_s までの距離、また、 σ_{ij} は以下に示す応力テンソルである。

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ関数を示す。

3 三段階テラー・ガラーキン法

運動方程式(1)の時間方向の離散化として数値的安定性のため三段階テラー・ガラーキン法を適用する。

$$\rho u_i^{n+1/3} = \rho u_i^n - \frac{\Delta t}{3} \{ \rho(u_j^n - w_j^{n+1})u_{i,j}^n + p_{,i}^n - \mu(u_{i,j}^n + u_{j,i}^n)_{,j} \} \quad (6)$$

$$\rho u_i^{n+2/3} = \rho u_i^n - \frac{\Delta t}{2} \{ \rho(u_j^{n+1/3} - w_j^{n+1})u_{i,j}^{n+1/3} + p_{,i}^n - \mu(u_{i,j}^{n+1/3} + u_{j,i}^{n+1/3})_{,j} \} \quad (7)$$

$$\rho u_i^{n+1} = \rho u_i^n - \Delta t \{ \rho(u_j^{n+2/3} - w_j^{n+1})u_{i,j}^{n+2/3} + p_{,i}^{n+1} - \mu(u_{i,j}^{n+2/3} + u_{j,i}^{n+2/3})_{,j} \} \quad (8)$$

ここで、 Δt は微小時間増分、 n は時間ステップを示す。また、連続式(2)は $n+1$ 時間ステップの値を用いる。

$$u_{i,i}^{n+1} = 0 \quad (9)$$

分離型法の考えに基づき、式(8)の発散をとり、連続式(9)を代入することによって、圧力ポアソン方程式が得られる。圧力場はこの方程式を解くことによって求めることができる。

$$p_{,ii}^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t} u_{i,i}^n - \rho(u_j^{n+2/3} - w_j^{n+1})_{,i} u_{i,j}^{n+2/3} - \rho(u_j^{n+2/3} - w_j^{n+1})u_{i,ij}^{n+2/3} + \mu(u_{i,j}^{n+2/3} + u_{j,i}^{n+2/3})_{,ij} \quad (10)$$

計算手順は、式(6) $\Rightarrow$ 式(7) $\Rightarrow$ 式(10) $\Rightarrow$ 式(8)となる。

4 たわみ振動解析

ばね支持された辺長比 1:2 角柱まわりの ALE 解析を行った。角柱の自由度はたわみ振動のみである。解析領域と境界条件を図 1 に示す。解析に用いたパラメータは風洞実験^[3]によるものを使用した。各パラメータの無次元量は表 1 の通りである。尚、有限要素分割は総節点数 4340、総要素数 8400 の三角形一次要素を使用している。

表 1 各無次元パラメータ

無次元質量	$M = \frac{m}{\rho D^2} = 112.4$
減衰定数	$h = \frac{c}{\rho D^2} = 0.00318$
無次元風速	$V_r = \frac{U}{ID} = 3.0 \sim 15.0$
レイノルズ数	$Re = \frac{\rho U D}{\mu} = 1.0 \times 10^4 \sim 5.0 \times 10^4$
無次元微小時間増分	$\Delta T = \frac{\Delta t U}{D} = 0.01$

初期条件をゼロ発振とし、無次元風速 V_r を変化させ 8 ケースの解析を行った。解析結果を図 2, 3 に示す。図 2 は各無次元風速 V_r における振幅の応答を示し、また、図 3 は各無次元風速における変位の時刻歴を示している。本手法における解析結果は風洞実験による傾向を十分にとらえることが出来た。無次元風速 $V_r = 5.5$ としたとき、振幅が時間進行とともに、増大していく様子を示している。このとき、渦の放出周波数と角柱の固有周波数が一致しているため渦励振と考えられる。また、無次元風速 $V_r = 12.0$ あたりから、振幅が増大する傾向にあり発散的な振動現象を示してゐる。

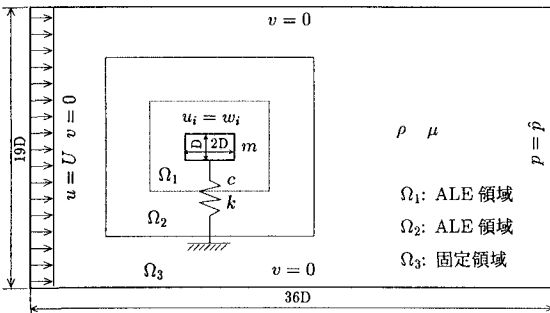


図 1 解析領域と境界条件

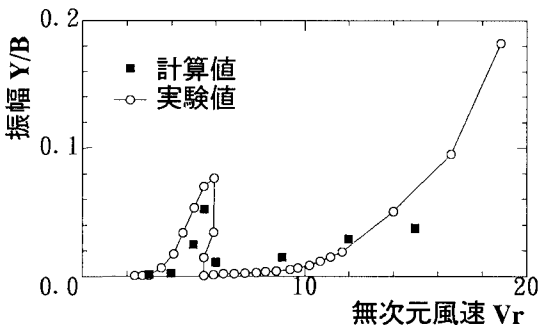


図 2 無次元風速に対する応答振幅

5 おわりに

ばね支持された辺長比 1:2 角柱まわりの ALE 解析により、角柱の空力特性の検討を行い、風洞実験による結果と比較した。本手法による解析結果は、実験の傾向を十分にとらえることが出来た。さらに、離散化手法として分離型有限要素法に基づく三段階テーラー・ガラーキン法を適用することによって、安定した高レイノルズ数の流れ解析を行うことが可能になった。

参考文献

- [1] 野村・飯島・三橋：“振動する物体まわりの流れの問題の ALE 有限要素解析” 東京工業大学土木工学科研究報告, No.40, pp.83-95, 1989
- [2] 野村・飯島：“ALE 法に基づく粘性流体と構造との相關問題の有限要素解析手法” 土木学会論文集, No.416/I-13, pp.285-294, 1990
- [3] 池ノ内・角野・井上・佐藤：“橋梁の耐風設計に関する基礎的研究” 三井造船技報, 116, pp.31-38, 1982

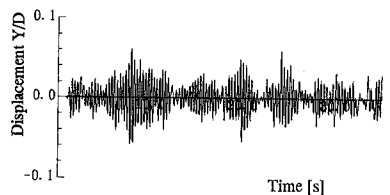
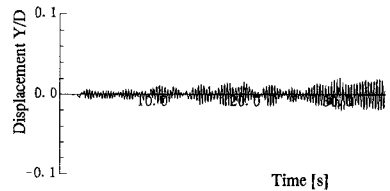
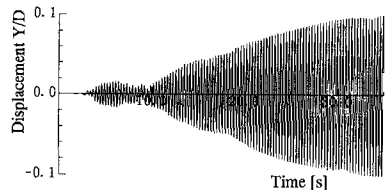
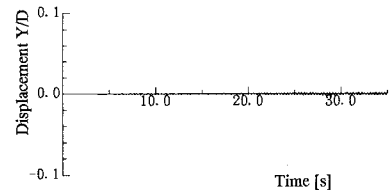


図 3 変位の時刻歴