

CS - 34

VP向きマルチカラーSOR法の直接引用と間接引用の比較

九大応力研 正員 小園茂平

【1. 序】非圧縮性流れの差分法の数値解析でMAC法系統のアルゴリズムを採用する時、圧力に関するPoisson方程式を解く過程が生じる。これを解くためSOR法などの反復法がしばしば使われるが、一般に、この方程式の数値解の収束は非常に緩慢で計算時間を著しく消費する。反復法の主要部はマトリックス演算なので、当然ながら、ベクトル処理をできる限り利用したい。再帰的演算を回避し、ベクトル長と収束性をできるだけ両立させるため、Red-Black法、Hyper-plane法、Multi-Color法[1]などの技法が編み出されてきた。

前報[2]では、3次元局所地形上の密度成層流れを差分法で解いた。そこでは複雑な起伏を矩形座標で近似させる手法を使ったが、格子点数が大きくなると、できる限り効率的な計算を工夫する必要がある。計算不要な地形領域を処理するプログラム技法として、Maskingで直接引用する方法、List Vectorで間接引用する方法、Flaggingで判断回避する方法などがあり、それぞれの計算性能を把握しておく必要がある。本論文の目的は、より一般に、一般曲線座標を使い、非圧縮性非定常2次元円柱周り流れを差分法で解き、(i)修正SOR法、(ii)直接引用法によるMulti-Color SOR法（直接MC法と略称）、(iii)間接引用法によるMulti-Color SOR法（間接MC法と略称）の三つの方法の計算速度を比較・検討することである。

【2. 計算方法】実際に、2次元円柱周り流れの解析プログラムの、圧力に関するPoisson方程式に限定的にMulti-Color SOR法を組み込み、計算性能を比較する。計算の対象とした流れは2次元円柱周り流れ（ $Re=10^3$ ）で、差分法により解いた。原始変数を用い、計算格子はO型の物体適合格子を用いた。移流項は3次精度風上差分を用いた[3]。一般に、VPの性能は計算機の種類に依存する。本報では、九大応力研のFACOM VP-30Eと九大大型計算機センターのFACOM・VP2600/10の2機種を試験した。

まず、流れの領域をいくつかの色で塗り分けることを考える。ここでは圧力のPoisson方程式のStencilは図1のようになるので、少なくとも4色で色分けすればよい。例えばある点□に着目しこれを解くのに必要な点は、□点以外の点ばかりであるので、□点の集合だけをベクトルとして取り込む時、再帰的演算を回避している。いわば、Multi-Color法はRed-Black法の拡張版である。これらデータを取込む方法に直接引用法（doインデックスを直接使用）と間接引用法（List Vectorを介在させる）がある。本報で比較した手法は次の三つである：(i)修正SOR法、(ii)直接MC法、(iii)間接MC法。直接MC法は、Strideを大きくしてデータを取込む方法があるが、ここでは、色ごとに1次元配列に変換する過程をdoループの前に付加して、データを連続的に取込む方法を取った[4]。

【3. 結果】まず、初期状態から1ステップだけの計算を行い、(i)～(iii)の技法を組み込んだ圧力に関するPoisson方程式を解く部分だけの計算時間を調べた。図2は(i)と(ii)の収束性を比較したものである。初期の残差が異なるが、MC法の方が収束性が良いことが分かる；ちなみに、直接MC法と間接MC法の結果は同じになる。図3は(i)～(iii)のIterationにとまなう計算速度の単純な比較を示している。機種によらず、修正SOR法より直接MC法が約3倍はやいことが分かる。VP2600では間接MC法は修正SOR法より2割ほどはよいが、VP30では間接MC法は修正SOR法よりかえって遅くなっている。

図4はさらに2次元円柱周り流れの十分な時間発展をVP2600で解き、(i)～(iii)の計算時間を比較し、これら技法の全CPU timeに与える総合的な影響を調べた。修正SOR法より直接MC法が約2倍、修正SOR法より間接MC法が1割ほどはよい。図5は空力係数の時間変化を示す。最大繰返し回数を500回に設定し、Start近傍では収束が不十分であり異なった挙動が見られるが、周期的定常状態ではほぼ同じ挙動に帰着している。また、流れ場を見ても、(i)～(iii)で同様であり、これらの技法が計算結果の流れ場に影響しないことが確かめられた。

【4. 結び】流れ解析プログラムに、(i)修正SOR法、(ii)直接MC法、(iii)間接MC法などのVP向き技法を組み込み計算速度を比較した。1) 直接MC法は修正SOR法に比較し約2倍の計算速度の改善が見られた。2) 間接MC法は、直接MC法ほどではないが、高性能の計算機では高速化される。しかし、計算機種により速度が低下する場合がある。

【謝辞】コーディングの詳細について小野謙二氏（日産自動車）の助言を賜った。本研究は部分的に文部省科学研究費補助金一般研究(C)（研究代表者：小園茂平，課題番号：05805040）の援助を受けた。

【文献】[1] J. M. Ortega: Plenum Press, 1988. [2] 小園，大屋，前田：土木学会年次学術講演会，1993年，9月。[3] Y. Ohya, Y. Nakamura, S. Ozono, H. Tsuruta, R. Nakayama: J. of Fluid Mechanics, 1992, Vol. 236. [4] 藤野，田村，森：京都大学数理解析研究所講究録，717，1990年，3月。

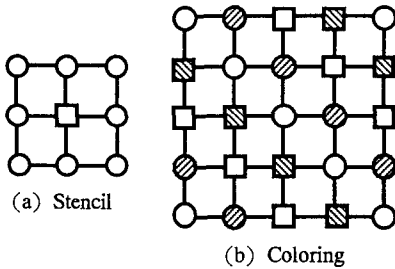


図1. Multi-Color法のColoring

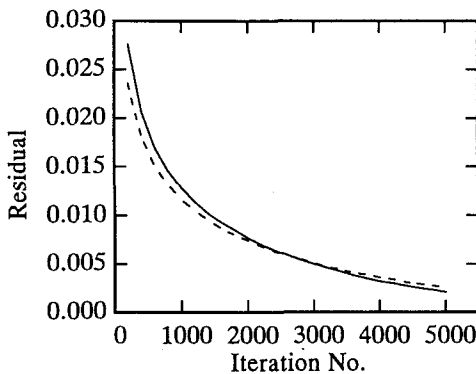


図2. 直接（間接）MC法と修正SOR法の収束性：
—，直接（間接）MC法；---，修正SOR法

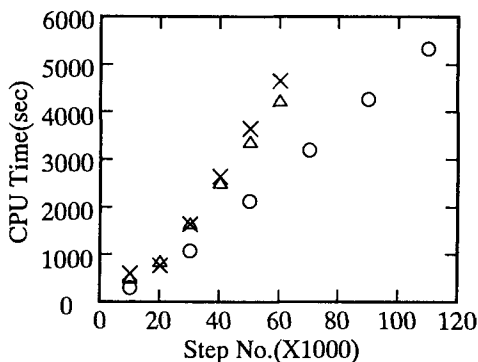


図4. 通算CPU時間：○，直接MC法，
△，間接MC法，×，修正SOR法

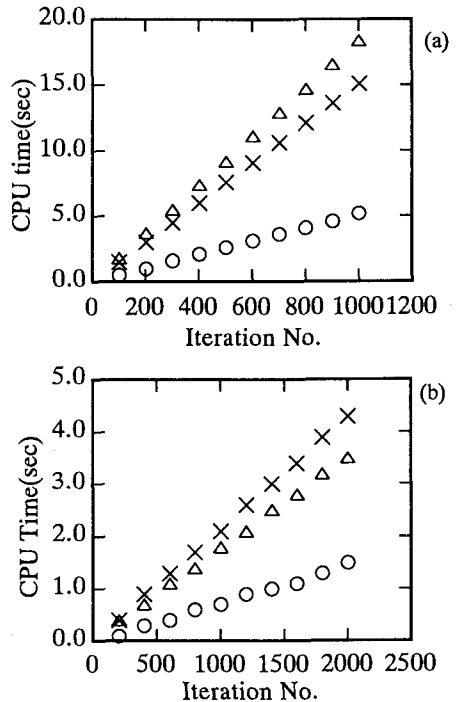


図3. Iterationにともなう計算時間：(a) VP30，○，直接MC法，△，間接MC法，×，修正SOR法，(b) VP2600，○，直接MC法，△，間接MC法，×，修正SOR法

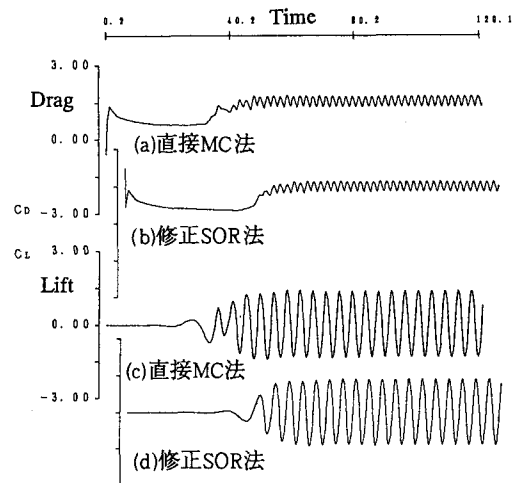


図5. 空力係数の時刻歴