

CS - 22

死荷重側方境界条件下における非共軸 Cam-clay モデルの
平面ひずみ非排水試験の分岐解析

金沢大学 正会員 ○斎藤武久・矢富盟祥・石田 啓
金沢大学 学 生 志比利秀

1. はじめに

最近、地盤の変形挙動に見られる、分岐現象、ひずみの局所化、せん断帯の生成、破壊といった一連の遷移過程を有限変形断塑性理論を用いて理論的にあるいは数値解析的に追跡しようとする試みが盛んに行われている。その基礎的研究として、著者らは非排水平面ひずみ条件に限定し有限変形非共軸 Cam-clay モデルによる分岐解析を行っている¹⁾。この際、側方境界条件として、供試体側圧が液圧で与えられることを想定し、側方境界面に作用する外力は常に側方境界に垂直に作用し、そのノルムは変化しないとする側水圧一定条件を用いている。一方、有限変形弾塑性有限要素解析により分岐荷重および分岐モードの数値解析が種々行われているが²⁾、有限要素解析の定式化における簡便性を考慮し、側方境界条件は全公称表面応力ベクトル増分 (total nominal stress traction rate) をゼロとした死荷重 (dead load) 条件とすることが多い。

そこで、本研究では平面ひずみ、非排水条件のもとで、死荷重側方境界条件を与え有限変形非共軸 Cam-clay モデル³⁾による分岐解析を行い、その理論解を考察し、さらに側水圧一定境界条件の場合との比較および検討を行う。

2. 解析方法

図-1に座標系を示すが、軸荷重は変位制御で圧縮する。このとき、側方境界条件として全公称表面応力ベクトル増分 (total nominal stress traction rate) がゼロである死荷重 (dead load) を課すものとする。ここで、 T_{11} 等は引張りを正、圧縮を負とするが、ギリシャ文字の有効応力 $\sigma'_i (i = 1, 2, 3)$ 、間隙水圧 u は土質力学の慣例に従い圧縮を正とする (例えば、 $T_{11} = -\sigma_1 - u$)。なお、平面ひずみの場合 $\sigma'_3 = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2}$ を仮定すると、平均有効応力は $p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2}$ となる。以後、応力差を $q = \sigma'_1 - \sigma'_2$ 、側方死荷重を $p_0 = \sigma'_2 + u$ とし、分岐が生じる瞬間 $t = t$ までは、応力、間隙水圧は一樣であるとする。

準静的な場合で物体力がない場合を考えると、増分釣合式は

$$\text{div} \dot{S}_t = 0 \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここに、 $\dot{S}_t$ は全公称応力速度 $\dot{S}_t = \dot{T} + T(\text{tr} D) - T L^T$ である。式(1)を有効応力 $T' = T + uI$ の関係を用いて変形すると次のようになる。

$$\text{div} T' - \text{grad} \dot{u} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

平面問題では (x_1, x_2) 軸を考えると、式(2)は

$$\left. \begin{aligned} \dot{T}'_{11,1} + \dot{T}'_{12,2} - \dot{u}_{,1} &= 0 \\ \dot{T}'_{21,1} + \dot{T}'_{22,2} - \dot{u}_{,2} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。境界条件は供試体上下面摩擦なし、一定速度 v_{10} による変位制御圧縮、また側圧死荷重一定を定式化すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{上下面 } (x_1 = \pm a_1) : v_1 &= \mp v_{10}, \quad \dot{s}_{t2} = 0 \\ \text{側面 } (x_2 = \pm a_2) : \dot{s}_{t1} &= 0, \quad \dot{s}_{t1} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\dot{s}_t$ は公称表面応力速度 $\dot{s}_t = \dot{S}_t n$ である。上述の増分釣合式、非排水条件および境界条件より、分岐方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{div} \dot{S}_t = 0, \text{ div} v &= 0 \\ \text{上下面 } (x_1 = \pm a_1) : v_1 &= 0, \quad \dot{s}_{t2} = 0 \\ \text{側面 } (x_2 = \pm a_2) : \dot{s}_{t1} &= 0, \quad \dot{s}_{t1} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

非排水平面ひずみ条件下で均一場における非共軸 Cam-clay モデルの構成式は

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{T}_{11}' - \overset{\circ}{T}_{22}' &= 2\mu^*(D_{11} - D_{22}) \\ \overset{\circ}{T}_{12}' &= 2\mu D_{12} \\ D_{11} + D_{22} &= 0, \quad D_{33} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに、非共軸 Cam-clay モデルの場合の μ および μ^* の具体形は参考文献(3)を参照されたい。

式(5)の分岐方程式に式(6)の構成式を代入し、 $v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}$ および $v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}$ なる流れ関数 ψ を導入し、整理すると、分岐方程式は次のように変形される。

$$\left. \begin{aligned} (\mu - \frac{q}{2})\psi_{,1111} + 2(2\mu^* - \mu)\psi_{,1122} + (\mu + \frac{q}{2})\psi_{,2222} &= 0 \\ \text{上下面 } (x_1 = \pm a_1) : \psi_{,2} &= 0, \quad \psi_{,11} = 0 \\ \text{側面 } (x_2 = \pm a_2) : (\mu + \frac{q}{2} + p_0)\psi_{,11} &= (\mu + \frac{q}{2})\psi_{,22} \\ &(\mu + \frac{q}{2})\psi_{,222} = (\mu - \frac{q}{2} - 4\mu^* - p_0)\psi_{,112} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

側水圧一定条件とした場合の分岐方程式¹⁾と比較すると、側面境界条件に側方死荷重項がそれぞれ加わっている。なお、式(7)から固有方程式を求め、Cam-clay モデルの場合における μ 、 μ^* を代入すると、固有方程式は $\frac{q}{p}$ （分岐荷重）、 $\frac{a_2}{a_1}$ （供試体寸法比）、 m （分岐モード）および A （非共軸パラメータ）の関数で与えられる。ただし、非排水条件の場合、Cam-clay モデルがとる p' - q 平面上の応力経路はただ1つ定まり、また側方死荷重 p_0 と平均有効応力 p' の比は次のように導かれる。

$$\frac{p_0}{p'} = \exp\left(\frac{1+e}{\lambda} D\eta\right) \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 e は間隙比、 λ は圧縮指数、 D はダイレイタンス係数、 η は有効応力比 $\eta = \frac{q}{p'}$ を表す。

3. 解析結果および考察

図-2および図-3にそれぞれ、対称モードおよび非対称モードにおける分岐荷重を示す。図中において、実線および破線はそれぞれ、側圧死荷重一定条件および側水圧一定条件の場合における解析結果を表す。対称モードおよび非対称モードともに側圧死荷重一定条件による分岐荷重が側水圧一定条件による分岐荷重よりも小さな値をとることがわかる。これは、側圧が死荷重として常に x_2 軸に対して平行に作用する場合、分岐時に側面の変形を促進する接線方向力が供試体に作用するが、側圧が水圧で与えられた場合、側力の作用方向は常に側面に対して垂直であるため、分岐時に側面の変形を促進する効果が側圧死荷重一定条件と比べ小さくなるためと考えられる。

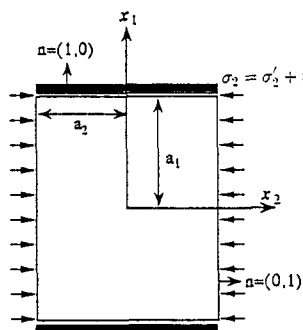


図-1 座標系

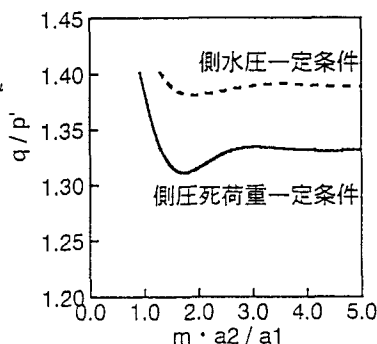


図-2 分岐荷重(対称)

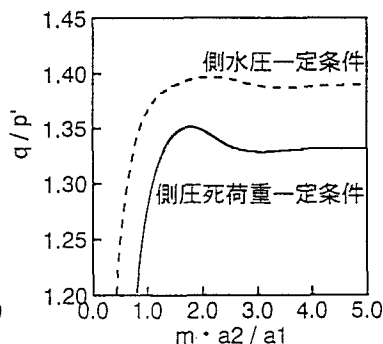


図-3 分岐荷重(非対称)

参考文献

- 1) 加藤・矢富・石田, 土木学会第 48 回年次学術講演会講演概要集, 第 III 部, 1993.
- 2) 矢富・田村・古本, 土木学会第 48 回年次学術講演会講演概要集, 第 III 部, 1993.
- 3) C.Yatomi et. al., Soils and Foundations, Vol.29, 1989.