

CS - 16

E積分による異種材料界面近くのき裂に対するエネルギー解放率の解析

徳山高専 正員 橋本堅一
金沢大学 正員 矢富盟祥
金沢大学 正員 石田 啓

1. はじめに

材料の高強度化、軽量化さらには扱いやすさを目的として、異種接合材が各分野に利用されるようになってきている。土木材料においては古くからコンクリートや岩石などが界面を有する材料として知られている。これらの材料の破壊を微視的な立場で捉えようとする場合、異材界面を有するがうえに、破壊き裂の発生、進展の議論がより複雑となる。例えば、破壊力学パラメータであるエネルギー解放率の解析を考えると、よく用いられるJ積分による方法を採用すれば、界面を積分経路の一部に含む限り、界面上の積分補正を行わないと経路独立性が保たれず、正確なエネルギー解放率の評価が不可能になる。

本研究ではこのようなことを背景に、理論的には非均質材料においても経路独立なエネルギー解放率を与えるE積分による方法を用いた有限要素法解析を行い、その方法の適用性について検討している。

2. 解析方法および解析モデル

E積分によるエネルギー解放率の表示は次式で与えられる¹⁾。

$$E(\ell, \alpha) = \int_{\Gamma} \int_0^{\alpha} \left(\frac{\partial t}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial u}{\partial \ell} - \frac{\partial t}{\partial \ell} \cdot \frac{\partial u}{\partial \beta} \right) d\beta ds \dots\dots\dots (1)$$

ここで Γ はき裂先端を含む閉領域の境界であり、 t 、 u はそれぞれ Γ 上で与えられる表面力ベクトル、変位ベクトルである。また ℓ はき裂長さであり、 β はき裂進展に関係するパラメータで単軸集中荷重 P が荷重制御で単調増加する場合は $\beta = P$ とおける。この式は導く際の仮定から、あるいは式そのものの性質上、非線形材料、非均質材料、さらには非直線的なき裂に対しても適用可能である。

今回の解析では既存の報告と比較するため、微小変形理論に限定されるので、E積分のエネルギー解放率表示はより簡単になり、次式で与えられる。

$$E(\ell, \alpha) = \int_{\Gamma} \left(\frac{1}{2} t \cdot \frac{\partial u}{\partial \ell} - \frac{1}{2} \frac{\partial t}{\partial \ell} \cdot u \right) ds \dots\dots\dots (2)$$

この式を有限要素法によって数値解析的に求めようとすると、き裂長さの異なるモデルを考えて、次式により近似的に求める²⁾。

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ t_i(\ell) \frac{u_i(\ell + \Delta\ell) - u_i(\ell)}{\Delta\ell} - \frac{t_i(\ell + \Delta\ell) - t_i(\ell)}{\Delta\ell} u_i(\ell) \right\} \Delta s \dots\dots\dots (3)$$

ここで要素には三角形一定ひずみ要素を使用しており、積分経路は要素辺に設けているため積分点は要素辺の中心に設定している。したがって(3)式の n は積分経路場の要素辺数を表し、 Δs は要素辺の長さを表しており、表面力は積分経路内外の要素応力を単純に平均することにより、また変位は節点変位を平均することにより算出している。モデルを2種類考える方法としては全エネルギー法と呼ばれる方法もあるが、解の検証が困難であること（J積分やE積分などの経路独立積分では複数の経路を設けることによって解を確かめることができる。）、載荷状態やモデルによっては誤差を多く含む場合があるなどが認められており、使用するのに不便点があるためあまり用いられていない。

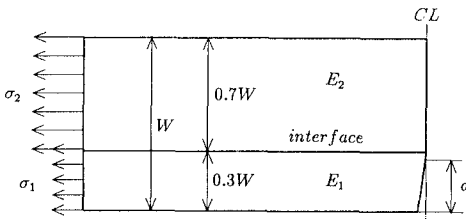


Fig-1 Analytical model

Table-1 Selection of Γ and a/W

$\Gamma \setminus a/w$	0.15	0.25	0.3	0.35	0.45
0.01	○	—	界面	—	—
0.25	○	○	界面	—	—
0.5	—	—	界面	○	○
1.0 (均質)	○	○	連続	○	○
4.0	○	○	界面	○	○

解析したモデルはFig-1に示すような中央に片側き裂を有する板（幅4cm）の一樣引張荷重モデルで弾性係数 E_1 と E_2 が異なる場合はき裂側から $0.3W$ のところに界面を持つことになる。またこのときの荷重は載荷点で変位が一定になるよう載荷している。対象とした諸量の選択はき裂長さ a と板幅 W の比 (a/W) と弾性係数比 (E_2/E_1) を用いて table-1 に示している。

用いた有限要素メッシュはFig-2に示すように一定の正三角形に近い二等辺三角形で構成されている。

図には $a/W = 0.35$ のときの5本の積分経路も示している。このようにおのの a/W の選択に対して5本の積分経路を設けている。用いた材料定数はポアソン比 $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ ，弾性係数 $E_1 = 7.0 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ である。

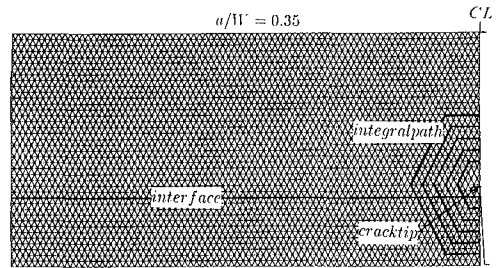


Fig-2 Finite element model and integral path

3. 解析結果

Fig-3に $a/W = 0.35$, $\Gamma = 0.4$ の場合の積分経路における誤差を示す。縦軸は解析したエネルギー解放率を一樣荷重の無限板中のき裂に対するモード I のエネルギー解放率で無次元化したものである。横軸は板幅 W で無次元化した積分経路長である。図中E積分による値はき裂先端に一番近い経路を除いてほぼ一定で、経路の独立性が保たれていることがわかる。ここでき裂先端に一番近い経路は応力勾配のかかなり大きいところに存在するため、適当な表面力評価、あるいは変位評価ができなかったものと推察できる。一方、J積分による値は経路長が増加するにつれて、すなわち経路がき裂先端から離れるにしたがって増加する傾向にあり、経路独立性は解析的にも失われている。

解析結果を応力拡大係数に換算して、さらに前述のき裂の応力拡大係数で無次元化した無次元化応力拡大係数と a/W でまとめたものがFig-4である。図中、線で表されたものがHetenyiの基本解を用いた境界要素解析によって得られた既存の結果である。また記号でプロットされたものが今回の解析で得られた結果でいちばん外側の経路の値を用いたものである。この図より大方の解析は既存の報告に一致していることがわかる。しかし、 $a/W = 0.15$ の $\Gamma = 0.01$, $a/W = 0.35$ の $\Gamma = 0.5$, $\Gamma = 0.5$ には明かな違いが生じている。このことについては本研究における界面近くの要素分割に問題があることを確認している。すなわち界面近傍に要素分割をより小さくする必要がある。

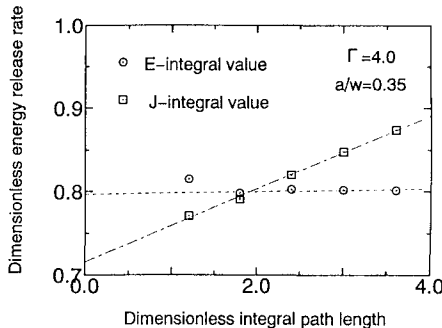


Fig-3 Integral path error

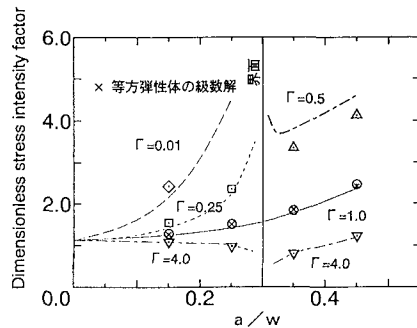


Fig-4 Analytical result

4. おわりに

本研究では界面を有する部材に対して、理論的に有為なE積分の適用性を特に、界面に対してき裂が垂直に存在する場合を取り上げ、有限要素解析で検討した。その結果、精度的には劣るといわれる三角形一定ひずみ要素を用いてエネルギー解放率がかかなり精度よく解析できることが確認できた。

参考文献

- 1) C. Yatom : The energy release rate and the work done by the surface traction on Quasi-static crack growth, *Int. J. Solids Structures*, Vol.19, No.2, pp.183-187, 1983
- 2) C. Yatom, K. Hashimoto and H. Ishida : Finite element analysis of energy release rate for a kinked crack using the E-integral, *Lecture Notes in Numerical and Applied Analysis*, Vol.13, to appear
- 3) 結城良治編著, 界面の力学, 培風館, 1993