土木学会第49回年次学術講演会（平成6年9月）

CS－13

微視材料不連続性を考慮した有限要素定式化

埼玉大学　工学部〇正会員　呉　　智深
埼玉大学　大学院　学生員　荒川　千穂
埼玉大学　工学部　正会員　町田　篤彦

1．はじめに

本研究では複合材料や多結晶材料の内部微視構造、界面破壊を考慮した破壊シミュレーション解析システム開発の一環として微視不連続性をモデル化する有限要素数値解析法の開発を目的とした。本モデルの着想としては様々な微視不連続領域を変換歪の概念によって表現し、線形有限要素解析と有機に結ばれ、以下の特徴がある。

①要素レベルの平均化された非線形材料構成則のインプットを必要としない。

②個々のマイクロ構造を解析するため全体構造の再解析の必要はない。

2．材料不連続性を含んだ有限要素定式化

過去においてよく使われている変換歪の概念（例えば[2]）は次のように表される。

$$\varepsilon^{*}=\left[I-(C^{0})^{-1}C(x)\right]\varepsilon^{T} \qquad (1)$$

ここに ε^{*}、ε^{T} はそれぞれ定義された変換歪および真の歪テンソルであり、$C(x)$、C^{0} は内部不連続性を含んだ材料と含まない材料の材料定数、I は単位マトリクスである。

ある内部不連続性を含んだ複合材料物体について不均一問題とする。また、同様な形状、境界条件をもつ均一弾性物体について均一問題とする。この二つの問題の相違で表されるものを偏差問題とする。偏差問題について偏差変位u'、歪 ε'、応力σ' は次のように書ける。

$$u'=u^{T}-u^{0} \qquad \varepsilon'=\varepsilon^{T}-\varepsilon^{0} \qquad \sigma'=\sigma^{T}-\sigma^{0} \qquad (2)$$

ここに　上付きTは不均一問題を、上付き0は均一問題を表す。変換歪を導入することによって上記の三問題に対する歪の適応条件式は次のように導かれる。

$$\varepsilon^{0}+\varepsilon'=\left[C^{0}-C(x)\right]^{-1}C^{0}\varepsilon^{*} \qquad (3)$$

後者の二つの問題についてそれぞれ有限要素法のによる離散化を行う。均一問題支配方程式は仮想仕事の原理により得られる。偏差問題も同様に離散化されるが、変換歪の概念および歪の適応条件式の導入が必要である。以上より支配方程式は次のようになる[1]。

$$K^{0}\delta^{0}=F^{0} \quad (4) \qquad S(C^{0}\varepsilon^{*})=R\delta^{0} \quad (5) \qquad K^{0}\delta'=F^{*} \quad (6)$$

$$F_{e}^{*}=\sum_{r=1}^{m_{e}}R^{rT}C^{0}\varepsilon^{*r} \qquad R^{r}=\int_{\Omega_{r}}B\,dV$$

ここに　F、δ、K 節点応力、節点変位および剛性マトリクスであり、r は不連続部分の番号、Ω_r はその面積、m_e は含まれた不連続の数である。また関数 Sは変換歪に関する方程式を表している。式（4）より均一問題を求める。次に式（5）を解き変換歪を求める。変換歪を求めることにより偏差問題の節点荷重ベクトルが求められる。最後に式（6）を用いて、偏差問題が解ける。よって不均一問題は均一問題と偏差問題との和として求められる。

３．１．既成解析法との比較

図－１に示された正方形の数値解析モデルを用いて、開発された新しい有限要素法の適用をおこない、現行有限要素法による計算結果と比較する。用いた正方形材料内部では７つの円形空孔を含んだものであり、平面歪状態を考える。なお、一点集中荷重を受け、底辺境界条件は固定となっている。現行有限要素法では円形空孔の周りに図－２の様なメッシュを組立た。図－３は二つの方法による材料体断面Ａ－Ａの垂直変位分布を示している。縦軸は現行有限要素法で求められた断面中心点垂直変位で無次元化した。両方法の解析結果はかなり一致している。一方、現行有限要素法では細密な要素分割をおこなっており、十分な計算結果であると考えられる。さらに、複合材料解析においてよく使われている等価剛性法との比較のため、等価材料係数を用いて同様な解析体の数値解析をおこなった。両方法の比較ではＡ－Ａ断面の両端の垂直変位がそれぞれ５％と８％の違いがあり、中心点の垂直変位は２３％の差が生じた。

３．２．空孔を含んだ材料挙動の数値解析

図－４は、正方形解析要素内の不連続部の面積の合計は一定とし、不連続部分の数を、１つ、４つ、９つと変化させた計算結果である。なお不連続部は円形で有効断面は等しくなっている。図－４からわかるように、不連続部が細かいほど材料体の剛性は強くなる。等価剛性法では、これらの現象が算定されていないことがわかった。

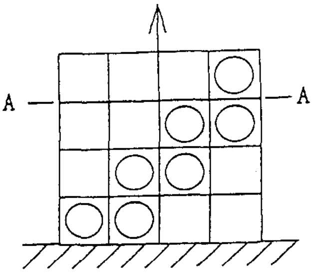
４．まとめ

本研究によって以下のことが明らかとなった。

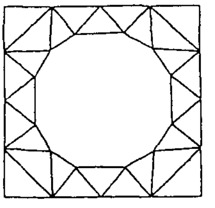
１・現行の有限要素法の計算結果と本有限要素法による計算結果との比較によって、本方法の妥当性が明らかになった。

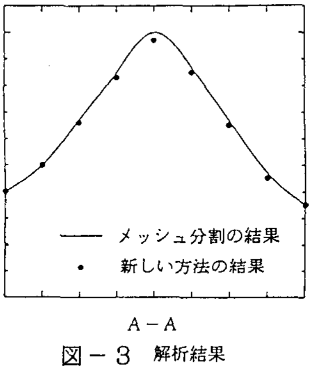
２・それぞれ不連続部分の面積の合計は一定とし、不連続部分の数を変化させた場合、不連続部分の分布が細かいほど材料体の剛性が強くなった。また、不連続部分のヤング率が小さいほど変化が著しくなる。

３・等価剛性法による材料の変形を過大評価していることが分かった。

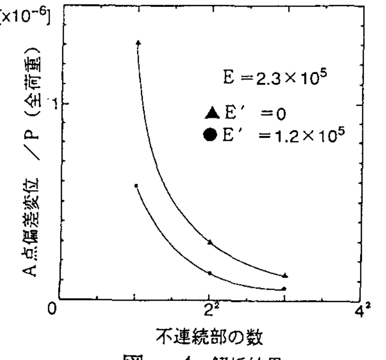


図－１


図－２



図－３　解析結果



図－４　解析結果

参考文献 [1]荒川千穂，埼玉大学卒業論文(1994)[2]D.E.Bowles,'Effect of microcracks on thermal exsansion of composite laminates',J.Comp.Mater.,Vol.17,173-178(1984)