

CS - 10

Imbricate Nonlocal モデルによる軟化材料 の局所化解析

武蔵工業大学 学生員 西岡真帆
武蔵工業大学 正会員 吉川弘道

1. まえがき

軟化現象を呈する準脆性材料は、ひずみの局所化現象を示すが、これは軟化過程に誘発されることがよく知られている。また、これを数値解析にて再現しようとする試みが多くなされているが、いずれも長さの単位を持つパラメータ（特性長さ l_c : Characteristic length）を有することが共通している。

本文は、文献¹⁾²⁾で提案された、Imbricate Gradient Nonlocal Continuum モデルを採用し、単軸圧縮下にあるコンクリート材料に対する数値計算結果を呈示するものである。

2. 非局所連続体理論

(1) Classical Nonlocal Model:

従来の非局所モデルは、ひずみ成分を重み関数 $\alpha(s)$ で平均化した積分タイプで表される。すなわち応力 σ は、次式のように非局所ひずみ ϵ^* によって定義される。

$$\sigma_{ij}(x) = E_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$\begin{cases} \epsilon_{kl}^* = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_{kl}(x+s) \alpha(s) ds & : \text{nonlocal strain} \\ \epsilon_{kl} = \frac{\partial u_k}{\partial x_l} & : \text{local strain} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(s) ds = 1 \end{cases}$$

(2) Imbricate Gradient Nonlocal Model:

ここで採用するモデルは、非局所広域応力と局所応力の並列(imbricate)モデルと仮定し、パラメータ ϕ によってその分担比率が決定する。この際、非局所応力は非局所ひずみに局所応力は局所ひずみに関係する。すなわち応力 S は、次式のように非局所広域応力 σ^* および局所応力 τ で定義される。

$$S_{ij}(x) = (1 - \phi) \sigma_{ij}^* + \phi \tau_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$$\begin{cases} \sigma_{ij}^* = (1 + \lambda^2 \nabla^2) \sigma_{ij} & : \text{nonlocal broad-range stress} \\ \sigma_{ij} = E_{ijkl}(\epsilon^*) \epsilon_{kl}^* & : \text{nonlocal stress} \\ \tau_{ij} = E_{ijkl}(\epsilon) \epsilon_{kl} & : \text{local stress} \end{cases}$$

ここで、 σ^* および τ は観測できない内部変数である。また、 $\lambda^2 = l_c^2/24$ で定義される。係数 ϕ は両応力の比率を表すパラメータで、 $\phi = 0$ ならば全域が非局所広域応力のみで構成され、 $\phi = 1$ ならば、従来の局所応力であることを表す。Bazant も指摘するように安定的な計算のためにも、局所応力は必要であり（従って、 $0 < \phi < 1$ ）、本論では ϕ は不平衡力に対する収束パラメータとしての機能も有する。また、弾性成分を局所ひずみ、塑性成分を非局所ひずみに対応させた並列モデルも提案されており、これによっても軟化過程における局所化現象を再現できる。³⁾

3. Imbricate Gradient Nonlocal Continuum [IGNC] モデルによる解析例

次に、IGNC モデルを適用し、単軸圧縮応力下にあるコンクリート材料の変形解析を行う。ここでは、長さ 50cm の単軸部材を n 等分に離散化し、材端変位 u を仮想的に変形させる変位制御で数値解析を行った。

応力～ひずみ関係についての基本曲線として、Popovics による分数関数を用い、割線係数法による計算を行う。

硬化中、または軟化中にある特定要素の局所ひずみ ϵ を以下のように増加させ、外乱を付与した。

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + \beta)$$

ここで、 ϵ_0 は標準ひずみ、 β は断面欠損値とする（最大 0.05）。これは、局所化を誘発するための trigger となるもので、硬化中または軟化過程でどのように反応するかが、本論のポイントである。

収束計算については、要素（断面）ごとに、平衡条件をチェックし、不平衡力を再負荷した。また、発散要素については、収束点に達するまで ϕ を増加させ、収束制御を行った。

図-1 は、応力 S と局所ひずみ ($x = 0\text{cm}$: 標準ひずみ、 $x = 15\text{cm}$: 最弱点部の隣接点、 $x = 17.5\text{cm}$: 最弱点部 ($\beta = 0.05$)) との関係を表したものである。また、図-2 は、(a) trigger を与えた直後の局所ひずみ分布（硬化中）、(b) 応力ピーク時の局所ひずみ分布、(c) 応力ピーク後の局所ひずみ分布（軟化過程）を示している。

この結果、ある特定要素にひずみに外乱を与えると、硬化過程では、その乱れが平準化する方向に作用するが、応力ピーク以降、軟化過程では拡大・助長されることがわかった。しかし、二次勾配による影響が周辺領域にも及び、凸凹したひずみ分布となった。

4. あとがき

本文は、Imbricate Gradient Nonlocal Continuum モデルを用いて、単軸圧縮下にあるコンクリート材料に対する数値計算結果を呈示したものである。今後の課題として、除荷条件、二次勾配の数値計算方法、積分型非局所ひずみについて再検討する予定である。

参考文献

- 1) Bazant, Z.P.: *Continuum Theory for Strain-Softening*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.12, December, pp.1666-1692, 1984.
- 2) Bazant, Z.P.: *Imbricate Continuum and Its Variational Derivation*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.12, December, pp.1693-1712, 1984.
- 3) 西岡真帆、吉川弘道: 勾配型非局所モデルによるコンクリート材料の変形解析、第 21 回関東支部技術研究発表会講演概要集、pp.506-507、1994 年 3 月。

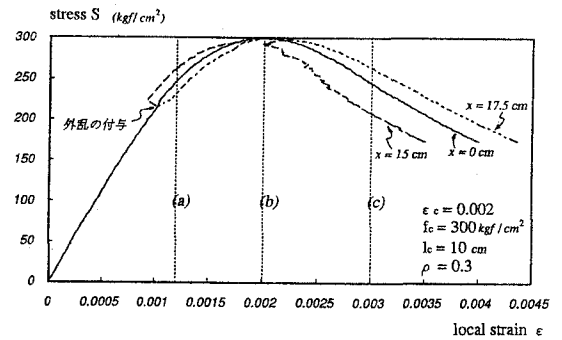


図-1 応力～ひずみ関係

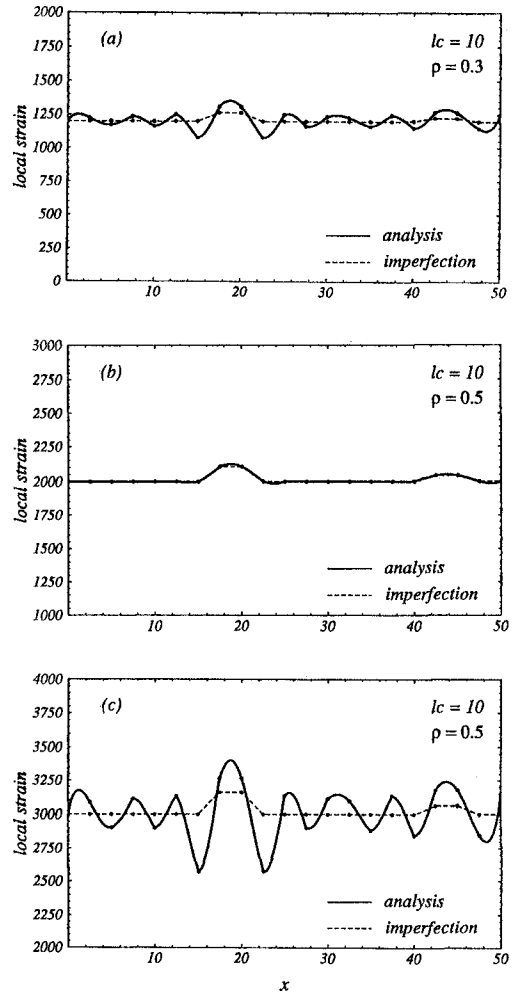


図-2 局所ひずみ分布