

VI-291

## 工程計画における最適資源配分問題に関する理論的研究

立命館大学  
大成建設㈱  
立命館大学大学院  
立命館大学大学院  
正員 春名 攻  
正員 ○小林 隆志  
学生員 山田幸一郎  
学生員 滑川 達

## 1. はじめに

本研究においては、資源配分問題に対して作業の実施状況を行列表示に変換することにより、効率的、合理的な数理計画手法の理論開発研究を行なった。

ここで、本論文での資源配分問題の定義とは、全ての作業を終了するのに工期を最小にするものをこの最適解とするものである。但し、任意の作業は一度開始されると終了するまでその作業を停止しないものとする。

## 2. 行列表示による資源配分方法の検討

## a) 資源配分状況の行列表示

問題解決の進め方としては、まず資源配分のさせ方を作業自身と、それらの作業が行なわれる時間というように二次元行列として表示することを考える。問題の性質から作業の実施状況が変化する時刻は一つの作業が終了する時刻のみとなる。このことから、工程にN個の作業が存在する場合、その時刻もN個存在し、この行列が $N \times N$ 行列  $S = [a_{ij} | i=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, N]$  として配分を行なう以前に設定することが可能となる。ここで、Nは工程における作業数を指しており、行列Sのj方向には作業j、i方向には時間的区間を与えることとする。そして、要素  $a_{ij}$  に作業  $j$  を時間区間  $i$  で実施させるなら1を、させないなら0を入力する。例として、図-2.1（全作業が管理的順序関係にある工程ネットワーク）を示す。作業  $j$  の所要資源数は全て1とする。資源制約は存在しないものとして各作業を行列Sのj方向に並べると図-2.2の実施状況の一例が得られる。以後本研究では、この行列を実施状況行列と呼ぶこととする。そして、i方向の時間的区間長を別の横ベクトル、また各作業の所要資源数を別の縦ベクトルで取り扱い、以後前者を配分時間ベクトル、後者を所要資源ベクトルと呼ぶこととする。

## b) 資源制約条件下での配分

資源制約条件下で資源配分問題を取り扱う際には、

常に資源制約内で作業を実施させなければならない。そのため、作業間に施工順序を付け、作業をいつ開始させるかという検討を加えていく必要がある。図-2.3はa)における例題に資源制約4という条件を加えた場合の作業の実施状況の一例を示したものである。ここでは、全ての作業を同時に開始することができないため、作業  $j_1$  は作業  $j_2$  が終了するのと同時に開始していることを表わしている。

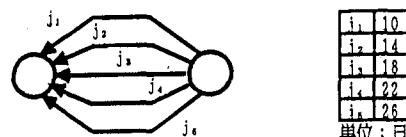


図-2.1 対象工程ネットワーク

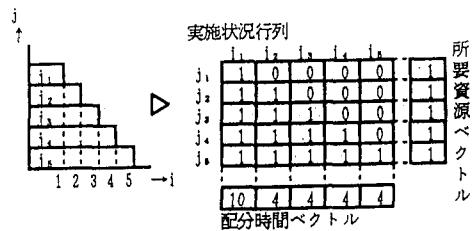


図-2.2 実施状況の行列表現化

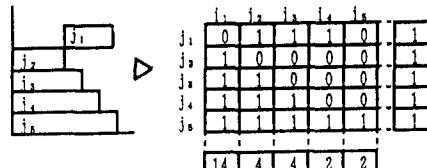


図-2.3 資源制約条件下での行列表現

## c) 一作業複種複数資源の場合の配分

一作業複種複数資源の配分問題とは、一つの作業が複種類の資源を必要としており、またそれぞれの種類の資源を複数必要としている場合の配分問題である。このような問題においては、新しく実施される作業を含め同時間帯に実施される作業のそれぞれの種類  $k$  の所要資源数が資源制約  $R_k$  以下であれば、

この新しく加わる作業を実施させることができるとなり、そうでなければ、その作業はこの時間帯に実施させることができない。

#### d) 工程が技術的順序関係の作業を含む場合の配分

ここでは、実施状況行列の時間区間  $i$  で実施している ( $a_{ij} = 1$  の) 作業は同時作業可能な組み合わせでなければならないことを考慮する必要がある。そこで本研究では、同時に実施される作業間に技術的順序関係が存在することを避けるために行ベクトル、列ベクトルのいずれかを調べるだけで先行と可達集合（技術的順序関係にある作業の集合）を求めることができる行列を用いることとする。この行列を本研究では先行・可達行列と呼び、

〈先行・可達行列〉

$$= \langle \text{可達行列} \rangle + \langle \text{可達行列}^T \rangle - \langle \text{単位行列} \rangle$$

〈可達行列〉は〈可達行列〉の転置行列を示す。

また、 $0+0=0, 1+0=1, 1+1=1$ として算出する。

として作成することができる。この先行・可達行列を用いることにより、作業間に技術的順序関係が存在する、しないといった判断が可能となる。

例題モデルの配分については発表時に示す。

### 3. 資源配分問題定式化

これまで説明してきた資源配分問題を定式化すると表-3.1のように表わすことができる。このモデル式で目的関数は最小工期である。制約条件の①式は一度開始した作業に関しては作業終了まで行なわれるためのものであり、②式は資源制約数以内に工程を進めさせるためのものである。そして、③式については同じ時間区間  $i$  において実施させる全ての作業が管理的順序関係であるためのものである。

また、本研究で開発した最適資源配分問題のアルゴリズムをフローに表わしたもののが図-3.1である。

### 4. おわりに

本研究では、最適資源配分モデルの開発を行ったが、実施状況行列において同じ時間区間  $i$  で実施している作業は、同時作業が可能な組み合わせである。これは、本研究グループがこれまで研究を進めてきたカット及びカットネットワーク理論と合致するものであり、今後はそれらを用いることにより更に効率的に資源配分問題を解決していく必要があると考えられる。

表-3.1 最適資源配分問題定式化

〈目的関数〉

$$\lambda = m \ln \sum_{j=1}^n x_j$$

〈制約条件〉

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j = d_i \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot R_{jk} \leq R_k \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\sum_{j=1}^n T_{ij}^{(1)} = 0 \quad \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

$$a_{ij} \in \{0, 1\} \quad i=1, 2, \dots, N \quad j=1, 2, \dots, N$$

$\lambda$  : 最小工期

$a_{ij}$  : 実施状況行列

(1 : 作業を行なう, 0 : 作業を行わない)

$x_j$  :  $j$  の区間  $i$  の日数  $d_i$  : 作業  $j$  の作業日数

$R_k$  : 作業  $k$  の資源制約数

$R_{jk}$  : 資源  $k$  の資源制約数

$T_{ij}^{(1)}$  :  $a_{ij}=1$  のときの  $T_{ij}$  の値

0 :  $i$  区間で実施されている作業の管理的順序関係

1 以上 :  $i$  区間に技術的順序関係の作業を含む

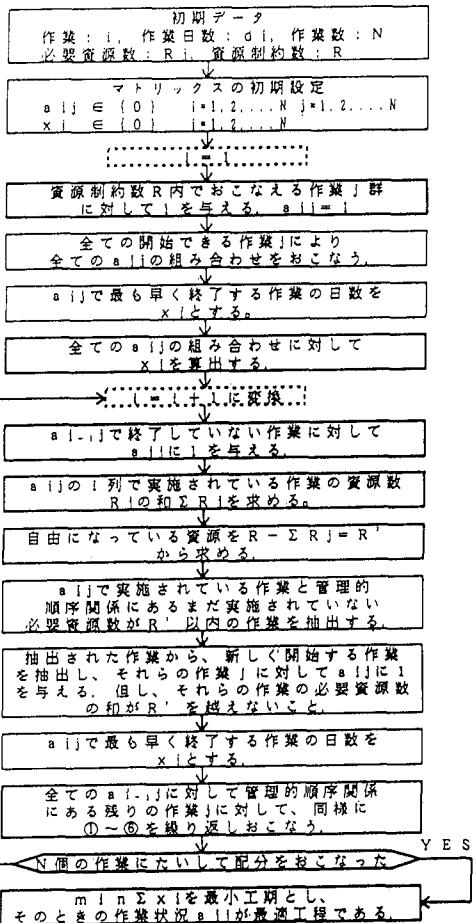


図-3.1 最小工期資源配分のフロー