

V-408

逆対称荷重が作用するPCタンク側壁の断面力計算法

オリエンタル建設 技術研究所 正会員○吉岡 民夫

オリエンタル建設 技術部 大谷 悟司

九州工業大学 工学部 正会員 高西 照彦

1. はじめに

一般に円筒形の側壁を有するプレストレストコンクリート（PC）タンクでは、通常の使用状態で作用する静水圧などの軸に対称な荷重に加えて、地震時に軸に逆対称に作用する動液圧や躯体慣性力などが側壁に作用する。軸に対称に作用する荷重に対する解析法や断面力解析のための数表などはよく整備されているのに対し、軸に逆対称に作用する荷重の場合には、荷重、変位などを円周方向にフーリエ級数展開した後、軸対称要素を用いて有限要素法（FEM）解析するのが最も実用的な方法である。しかるに、FEM解析は未だパーソナルコンピュータを用いて手軽に利用できる段階ではなく、PCタンク設計実務者にとっては必ずしも馴染み深いとはいえない。

著者らは、軸に対して逆対称な荷重が作用した場合の側壁の断面力を求めるのに、円筒シェル基礎式を構成する釣合式のうちのひとつを、大域的なモーメントの釣合式で置き換えることによって、タンク側壁の法線方向の変位に関する常微分方程式を導いた。さらに、このようにして得られた微分方程式は、面に垂直なばねおよび回転ばねによって支えられたはりの変形を支配するそれに等価であることを示し、従来から広く用いられている骨組構造解析用のプログラムを利用して、容易に数値解析できることを示した。

2. 逆対称荷重が作用する円筒シェルの解析理論¹⁾

一般のPCタンクに作用する地震時の荷重として、躯体慣性力と側壁に作用する地震時動液圧を想定すれば、これらはいずれもタンクに対して逆対称荷重であるから、地震作用方向を基準軸とした円周方向の角度を φ として、タンクの側壁要素断面における変位、断面力、外荷重は、その最大値に対して、 φ に関するフーリエ級数の第一項のみを用いて表すことができる。このことを円筒シェルの釣合方程式、応力-ひずみ-変位の関係に適用すると、変数 φ が分離され、側壁の下端からの鉛直距離 x のみに関する関係式がそれぞれ得られる。

円筒シェル断面の中心を通り、外荷重の方向に直角な軸に関する大域的な外荷重と断面力とのモーメントの釣合式は、 a を半径、 H_0 を水深、 ξ を円筒シェルの側壁上端からの距離、 $p_0(\xi)$ を面垂直荷重とすると、次式で得られる。

$$\int_{-\pi}^{\pi} a^2 N_{x0} \cos^2 \varphi d\varphi - \int_{-\pi}^{\pi} a M_{x0} \cos^2 \varphi d\varphi = \int_0^{H_0-x} \int_{-\pi}^{\pi} a (H_0 - x - \xi) p_0(\xi) \cos^2 \varphi d\varphi d\xi \cdots \cdots (1)$$

ここに N_{x0} , M_{x0} : それぞれ鉛直方向軸力および鉛直方向曲げモーメントの最大値

式(1)の関係を、円筒シェルの基礎式を構成する釣合式のひとつと置き換え、多少の工夫は必要なものの、基礎式より変位関数や断面力を消去してゆくと、 D を曲げ剛性、 ν をポアソン比、 t を壁厚として w_0 に関する4階の微分方程式が次式のように得られる。

$$w_0^{(4)} - \frac{2(2-\nu)}{a^2} w_0^{(2)} + \frac{12(1-\nu^2)}{(at)^2} w_0 = \frac{1}{D} \left[P_0^{(2)}(x) - \frac{2}{a^2} P_0(x) + \frac{1}{a^4} \int_0^x \int_0^x P_0(x) dx dx + \alpha x + \beta \right] \cdots \cdots (2)$$

ここに $P_0(x) = \int_0^{H_0-x} (H_0 - x - \xi) p_0(\xi) d\xi$

α , β は積分定数で、側壁下端の境界条件より以下のように得られる。

$$\alpha = \frac{\nu}{a^2} \left\{ D \left[w_0^{(3)} \right]_{x=0} - P_0^{(1)}(0) \right\} - \frac{D(1-\nu^2)}{a^4} \left[w_0^{(1)} \right]_{x=0} \cdots \cdots (3)$$

$$\beta = \frac{2+\nu}{a^2} \left\{ P_0(0) - D \left[w_0^{(2)} \right]_{x=0} \right\} \cdots \cdots (4)$$

式(2)が、逆対称荷重が作用する場合の直立円筒シェルに対する支配方程式である。式(2)を解くためには式(3)、(4)において $x=0$ における w_0 の1～3階微分の項を最初0として始める繰返し計算が必要である。

3. 等価はりモデル²⁾

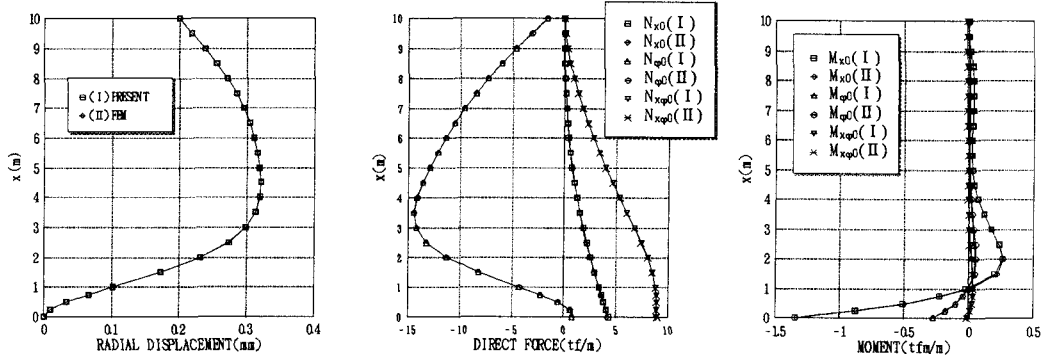


Fig.1 Radial displacements, direct forces and moments

式(2)は、軸力が作用する弾性床上的のはりの微分方程式と同型の式であるから、これを弾性床上的のはりの問題に置換して考えることができる。円筒シェルから2本の母線で挟まれる等幅の要素を取り出し、これを1本のはりと考える。円筒シェルは軸(鉛直)方向の剛性を持つと同時に、円周方向の剛性をも持っている。円筒シェルから切り出したのはりを、円筒シェルと等価な力学的特性を有するはりに置換するために、円筒シェルが持っている円周方向の剛性と等価な軸方向のばねを考える。式(2)の左辺第2項にDを乗じた後、

$$\left[\frac{2D(2-\nu)}{a^2} (-w_0)' \right] \dots \dots \dots (5)$$

と変形すると、 $(-w_0)'$ は等価はりの軸方向のたわみ角を表すので、[]内を $M_\theta = k_\theta (-w_0)'$ と表示すれば、
 $k_\theta = \frac{2D(2-\nu)}{a^2} \dots \dots \dots (6)$

と書くことができ、これは等価はりモデルに対する単位面積当りの回転ばね定数を表していると考えられる。

式(2)左辺第3項の係数は、よく知られているように等価はりモデルの面に垂直なばねを表しており、そのばね定数は $k_v = \frac{Et}{a^2}$ で得られる。

4. 数値解析結果

一例として半径 $a = 10\text{m}$ 、水深 $H_0 = 10\text{m}$ 、壁厚 $t = 0.25\text{m}$ (等厚)、上端自由の実規模PCタンクを対象として、I) 本論で提案した計算法と、II) 1章で述べたようにフーリエ級数展開を利用した軸対称要素によるFEM解析法とを用いて、タンク側壁の変位および断面力を計算し、両者の結果を比較した。

円筒タンクに対する外荷重としては、速度ポテンシャル理論に従って計算した、地震時に作用する動液圧のみを考慮した。計算結果を図-1に示す。I)の方法では、 $x = 0$ における w_0 の1～3階微分の項を最初0として始め、得られた結果を用いて1度だけ繰返し計算したものである。図-1より両者の結果が良く一致しているのが判る。

5. 結論

- (1) 地震時動液圧などの軸に逆対称な荷重を受ける円筒形PCタンクの断面力を、容易に求めることができる理論式(側壁の法線方向変位に関する4階の常微分方程式)を導いた。
- (2) 上述の微分方程式を数値解析する方法として、等価はりモデルを利用する方法を提案した。このモデルを用いると、今日ではパーソナルコンピュータで誰でもが利用することのできる平面骨組解析プログラムを用いた数値解析法を適用することができて、実用上非常に便利である。
- (3) 高い精度で行ったFEM解析によって得られた値と本論で導いた理論式を用いて求めた値はよく一致することを示した。さらには、本論の理論式を数値計算するときに必要な繰返し計算は、高々1回の繰返し計算で非常に高い精度で解が収束することを示した。

参考文献

- 1) 坪井善勝：曲面構造—シェルの理論とその応用，丸善，pp. 271-277
- 2) 吉岡民夫，大谷悟司，高西照彦：直接基礎PCタンク底版の断面力計算法，構造工学論文集，Vol. 38A