Ⅳ-316

ファジィＯＲ手法の輸送問題へのアプローチ

京都大学　学生員　関　宏志

1.はじめに

OR手法の中で輸送問題を線形計画(LP)問題の特別な形式として,多くの研究が行われてきた.そして,これらの研究はほとんど場合,クリスプ集合理論に基づく範囲内で行われてきた.しかしながら,実際の現象には条件が明確に規定できない問題もしばしば存在する.例えば,図-1に示すように,「都市Aのaというところから都市Bのbというところまでの輸送コストは距離xから『だいたい』を知りうるが,明確に知ることは困難である」といった場合がある.ここでいう「コスト」は距離,輸送費用,所要時間などを代表的に表す指標である.輸送会社における配車計画の際にも,現行のようなファジィ情報の存在が認められる場合に,従来のクリスプ型のモデルを用いることは不適当であると考えられる.したがって,ファジィ情報下で,こうした運送問題を解決するための方法を考える必要がある.本研究では,ファジィ制約条件を持つ輸送問題の定式化を検討する.

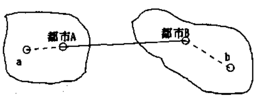

図-1

2.モデルの定式化

2.1　輸送問題のモデル

まず典型的な運送問題を基本にして,ファジィ条件を持つ輸送計画問題を考える.ある輸送会社はm工場の製品をn市場へ運送する.このとき第i工場の製品数はa_i（i=1, 2,･･･, m）で,第j市場の需要量はb_j（j=1, 2,･･･,n）である.そして,i工場からj市場へ運送のコストは$\underline{C_{ij}}$であるとする.このとき「どのように調達すればよいか」という問題がある.ただし,このコスト$\underline{C_{ij}}$はファジィ数であり,つまり「およそC_{ij}ぐらい」という意味である.この問題の定式化はつぎのようになる.

目的関数：

$$\min \underline{Z}=\sum_{i}^{m}\sum_{j}^{n}\underline{C_{ij}}X_{ij} \tag{1}$$

制約条件：

$$\sum_{j=1}^{n}X_{ij}=a_i \qquad (i=1,\ 2,\ 3,\ .\ .\ .\ .\ ,\ m) \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m}X_{ij}=b_j \qquad (j=1,\ 2,\ .\ .\ .\ .\ ,\ n) \tag{3}$$

但し，$\underline{Z}$：ファジィ目的関数,X_{ij}：工場iから市場jへ輸送する製品量,$\underline{C_{ij}}$：ファジィ輸送コストである.

一般に輸送問題には,いろいろ定式化の変化形態があるが,最も簡単で代表的な検討を行うという視点から,転送のない均衡輸送問題について考察を行う.

2.2　L-Rファジィ数

ここでは,実数集合Ｒでの凸的な正規ファジィ集合でファジィ数を定義する.ここで,ファジィ集合$\underline{M}$のメンバシップ関数を$\mu_{\underline{M}}(x)$とする（$0\leqq\mu_{\underline{M}}(x)\leqq1$）.ファジィ数の表現については数多くの研究があるが,一般にメンバシップ関数形状に依存して取扱いの容易さが決定される.本研究ではDubiosとPradeはL-Rファジィ数を提出している[1),2)]メンバシップ関数を用いて,定式化を行う.

2.3 ファジィ輸送問題の定式化

ここで,式(1)においてのC_{ij}をL-Rファジィ数とすると,L-Rファジィ数の演算から次の式を得ることができる.

$$\sum\sum\underline{C_{ij}}X_{ij}=(\sum\sum C_{ij}X_{ij},\ \sum\sum\underline{C_{ij}}X_{ij},\ \sum\sum\overline{C_{ij}}X_{ij})_{LR}$$

L-Rファジィ数の性質より,上式の最小化（min）は次の3式の表現と等価である.

$$\min Z_1=\sum\sum C_{ij}X_{ij}\ ,\ \max Z_2=\sum\sum\underline{C_{ij}}X_{ij}\ ,$$

$$\min Z_3=\sum\sum\overline{C_{ij}}X_{ij}$$

このような多目標計画問題に対して, H. J. Zimmermann[3]は, 各目的関数 z_k^* の重要性を反映した係数 d_k を提案している. この定式化によると, 各ファジィ目的関数の集合 F_k を与え, このメンバーシップ関数をつぎのように定義する. つまり,

$$\mu_F(x) = g_k(\Sigma\Sigma C_{ij}x_{ij})$$

$$= \begin{cases} 0 & (\Sigma\Sigma C_{ij}x_{ij} < Z^*_k - d_k) \\ 1-(Z^*_k - \Sigma\Sigma C_{ij}x_{ij})/d_k & (Z^*_k - d_k \leq \Sigma\Sigma C_{ij}x_{ij} \leq Z^*_k) \\ 1 & (Z^*_k \leq \Sigma\Sigma C_{ij}x_{ij}) \end{cases}$$

ここで, $F = F_1 \cap F_2 \cap F_3$, $D = \{X \mid \Sigma x_{ij} = a_i,\ \Sigma x_{ij} = b_j,\ x_{ij} \geq 0\}$ とする. Dは制約条件(2)に対応する条件で, 非ファジィ集合である. これらの定式化によって, 集合Dの中から, $\mu_F(x^*)$ を最大にする x_{ij} を探索する形の新たな線形計画問題を構成することができる.

目的関数

$$\max\ \lambda$$

制約条件

$$d_k - (Z^*_k - \Sigma\Sigma C_{ij}x_{ij}) \geq \lambda d_k \quad (k=1,2,3)$$

$$\sum X_{ij} = a_i \qquad (i=1,2,3,\ldots,m)$$

$$\sum X_{ij} = b_j \qquad (j=1,2,3,\ldots,n)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \lambda \geq 0$$

この問題は, シンプレックス法を用いることで簡単に最適解を得ることができる.

3. 計算例題

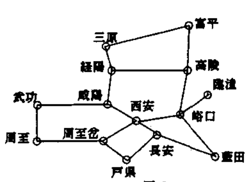

図-2

例題として, 西安市のある輸送会社が, 工業製品を西安市周辺の各都市C, E, G, H, J, Lの供給所から, 各需要所に相当する各都市A, B, D, F, I, Kへ輸送を行う場合を考える（表-1, 図-2参照）. このような場合の最適輸送計画問題を計算し, 計算結果を表-2に示す.

4. おわりに

1)本研究では従来の輸送問題の中では, 取扱いにくいファジィ情報のある場合の最適輸送計画問題検討するため, ファジィORの方法を導入した. この方法を用いることによって, 各種のファジィ情報を用いた定式化が可能となる.

2)計算例を用いて, 提案したファジィ輸送計画問題の適用可能性が示された.

3)最適解はこの定式化の場合, 係数 d_k の値に影響を受ける. 本研究では言及していないが, この値の設定から目的関数をより最適なものとすることができよう.

最後に, 岐阜大学助教授秋山孝正先生のご指導に深く御礼申し上げます.

表1 ファジイ距離表

発車地＼到着地		三原 A	武功 F	長安 K	高陵 D	周至 I	富平 B	発車能力（台）
西安	G	68	83	10	43	69	77	11
藍田	L	118	133	49	53	128	84	8
咸陽	E	44	59	34	67	73	74	9
戸県	J	105	66	35	80	52	114	2
経陽	C	14	89	64	25	93	44	4
臨潼	H	89	115	42	33	101	59	5
需要量（台）		7	3	10	6	5	8	

表2 調達案

d_2, d_3 の値	地点iから地点jまでへのトラック調達案（台）											目的関数の値
1	G,K 3	G,B 8	L,A 7	L,D 1	E,F 1	E,D 3	E,I 5	J,F 2	C,K 4	H,F 2	H,K 3	2439
3	G,K 3	G,B 8	L,A 7	L,D 1	E,F 1	E,D 3	E,I 5	J,F 2	C,K 4	H,F 2	H,K 3	2439
5	G,K 3	G,B 8	L,A 7	L,D 1	E,F 1	E,D 3	E,I 5	J,D 2	C,K 4	H,F 2	H,K 3	2355
8	G,K 2	G,I 1	G,B 8	L,A 7	L,F 1	E,K 3	E,D 6	J,F 2	C,I 4	H,F 2	H,K 5	2259
9	G,K 3	G,D 8	L,A 7	L,K 1	E,F 1	E,D 3	E,I 5	J,D 2	C,K 4	H,F 2	H,K 3	2922
10	最大解存在していない											

注: $d_1 = 1639$, $d_2 = d_3$ とする.

参考文献:

1)Dubois, D. and Prade, H. :Operation on fuzzy numbers, Int. J. Syst. Sci., 1987, Vol. 9, No. 6, pp. 613-626.

2)Dubois, D. and Prade, H. :Fuzzy Sets and System. Theory and Applications, Academic Press, pp. 53-57(1980).

3)H. J. Zimmermann:Fuzzy Programming and Liner Programming With Several Objective Functions. TIMS/Studies in the Management Sciences 20(1984). pp. 109-121.