

IV-221

四 辺 形 調 整

三辺測量の場合について

八戸工業大学 正会員 岩淵清行

1. まえがき

三辺測量における四辺形調整に関して、国語で書かれた土木工学科の学生用の測量のテキストと明記された数冊の本に、その方法が書かれている。ところで、よく、調整計算は最近では観測方程式法によるようになったと言われるが、(おそらくスペースの関係からだろう)どの本でも条件方程式法によるものしか書いていない。そして(簡単だからか?)解公式の最後までかいてある本は無い。(外国の本ではそうでない)

以下に条件方程式法による最確値の計算公式の最後までを示す。市販の本では条件式のなかにCOTや COSECをいれているが、我々の場合あえてそれらの関数は使わかい。簡単のために平面測量とする。

2. 与件と求件

図1参照。与件は四辺形1,2,3,4の四辺及び両対角線の長さの観測値

L_i ここに $i=1,2,3,4,5,6$ 以下同様。

そして求件は観測値 L_i の最確値 $L_i + \Delta L_i$ とする。長さの単位はメートルとする。角の単位は、計算の時 ラジアンとする。条件方程式をたてての最小二乗法でこの未知数 ΔL_i をもとめるのが当面の問題である。

3. 条件方程式

考え方は三角形1,3,4 三角形1,2,3 三角形1,2,4 において観測値から余弦定理を使ってそれぞれ Q_1, Q_2, E_1 の角を求める。その最確値をそれぞれ $Q_1 + \Delta Q_1, Q_2 + \Delta Q_2, E_1 + \Delta E_1$ とする時

$$(Q_1 + \Delta Q_1) + (Q_2 + \Delta Q_2) = (E_1 + \Delta E_1) \quad \dots \dots \dots (1)$$

であるという事をもちいる。すなわち条件方程式は1個である。方程式(1)の関係は測点1での角の関係であるが、そのほかの測点2, 測点3, 測点4において条件方程式をたててもおなじ答えを得る事は強調されるべきである。さて理論的な話は市販の本に譲るとして、条件方程式を

$$A_1 * \Delta L_1 + A_2 * \Delta L_2 + A_3 * \Delta L_3 + A_4 * \Delta L_4 + A_5 * \Delta L_5 + A_6 * \Delta L_6 - W = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

とする時 $A_1 = -B_1/SQ_1 + B_2/SE_1$, $A_2 = -B_3/SQ_1 - B_4/SQ_2$, $A_3 = -B_5/SQ_2 + B_6/SE_1$

$$A_4 = B_7/SQ_1, \quad A_5 = B_8/SQ_2, \quad A_6 = -B_9/SE_1, \quad W = E_1 - (Q_1 + Q_2) \quad \text{となる。}$$

ここに $Q_1 = \text{ACS}((S_1 + S_2 - S_4)/(2 * L_1 * L_2))$, $SQ_1 = \text{SIN}(Q_1)$

$$Q_2 = \text{ACS}((S_2 + S_3 - S_5)/(2 * L_2 * L_3)), \quad SQ_2 = \text{SIN}(Q_2)$$

$$E_1 = \text{ACS}((S_1 + S_3 - S_6)/(2 * L_1 * L_3)), \quad SE_1 = \text{SIN}(E_1)$$

$$\text{ただし } S_i = L_i * L_i$$

$$B_1 = (S_1 - S_2 + S_4)/(2 * S_1 * L_2), \quad B_2 = (S_1 - S_3 + S_6)/(2 * S_2 * L_3), \quad B_3 = (-S_1 + S_2 + S_4)/(2 * L_1 * S_2)$$

$$B_4 = (S_2 - S_3 + S_5)/(2 * S_2 * L_3), \quad B_5 = (-S_2 + S_3 + S_5)/(2 * L_2 * S_3), \quad B_6 = (-S_1 + S_3 + S_6)/(2 * L_1 * S_3)$$

$$B_7 = L_4/(L_1 * L_2), \quad B_8 = L_5/(L_2 * L_3), \quad B_9 = L_6/(L_1 * L_3)$$

4. 解の公式

$$R = W / (A_1 * A_1 + A_2 * A_2 + A_3 * A_3 + A_4 * A_4 + A_5 * A_5 + A_6 * A_6)$$

$$\Delta L_i = R * A_i \quad \dots \dots \dots (3)$$

たしかに条件方程式を作ってしまった後の計算は驚くほど簡単である。だから市販のテキストにおいてこの解公式の部分を省略している事がうなづける。

5. 数値計算(10桁電卓による)

図1参照。観測距離 単位メートル $L1=857.14$ $L2=1265.50$ $L3=987.65$
 $L4=936.49$ $L5=878.05$ $L6=1324.22$

以下表示は切り捨て表示である。

$Q1=47$ 度 43 分 53 秒 35 $Q2=43$ 度 44 分 30 秒 48 $E1=91$ 度 28 分 09 秒 91

$W = -0$ 度 00 分 13 秒 92 (計算の時はラジアン単位とせよ)

$A1= 4.709E-04$ $A2=-1.497E-03$ $A3= 1.108E-03$

$A4= 1.166E-03$ $A5= 1.016E-03$ $A6=-1.564E-03$

ラグランジュの未定係数 $R = -7.909$

従って距離の補正量 DLi と距離の最確値 Li とは下のようになる。

$DL1=-0.003$ $L1= 857.136$

$DL2= 0.011$ $L2=1265.511$

$DL3=-0.008$ $L3= 987.641$

$DL4=-0.009$ $L4= 936.480$

$DL5=-0.008$ $L5= 878.041$

$DL6= 0.012$ $L6=1324.232$

この計算の後で W を計算すると $W= 0$ 秒 43 となりまだ 0 ではないので、繰り返し計算すると 補正量 DLi はすべてミリメートル未満となるので繰り返し一回で計算をSTOPとする。

図をかくためにここで測点1の座標と 測点1から測点2えの方向角の仮定値を導入する。

すなわち $X1=5000.000$ $Y1=3900.000$

点1から点2えの 方向角 = 300 度 00 分 00 秒 0

この仮定値のもとで座標の最確値は

$X1=5000.000$ $Y1=3900.000$

$X2=4144.677$ $Y2=4393.820$

$X3=3770.708$ $Y3=3599.399$

$X4=4590.632$ $Y4=3146.938$

となり、図1のようになる。

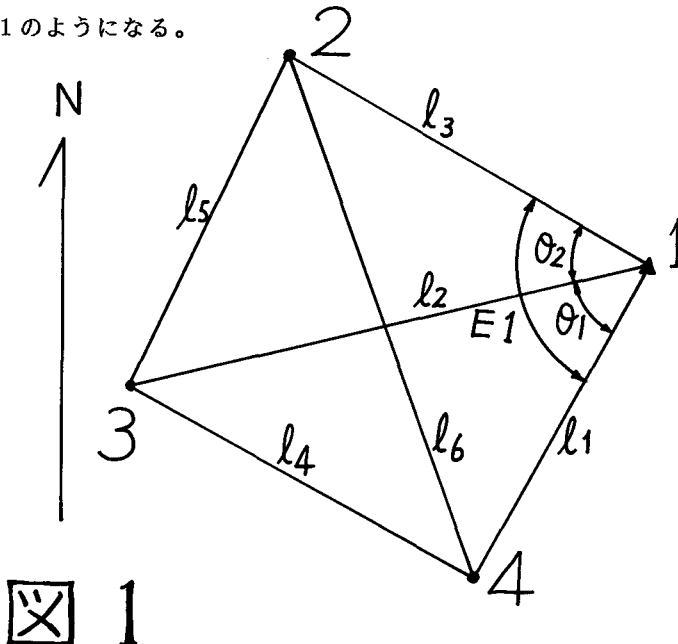


図 1