IV - 159

多目的ダム事業の費用割振り法に関するゲーム論的考察

京都大学大学院　　学生員　○谷本圭志
京都大学防災研究所　正　員　　岡田憲夫

1.はじめに 近年の水需要の多様化に対し，各地域で多くの多目的ダム事業が行われている．多目的ダム事業は複数の主体から成る共同事業であるため，共同事業費用を各主体にいかに割振るかという「費用割振り問題」が問題となる．現在ではSCRB法といった慣用的な費用割振りの方法が実用に供している．しかし，慣用法による割振り解の妥当性については必ずしも明確ではない．また，最近においてはレクリエーション事業などが多目的ダム事業に参加するなどの新たな可能性が生まれている．このため，現行の慣用法の見直しや，再評価が必要となってくる．そこで本研究では，慣用法の妥当性が保証され得る範囲，すなわち慣用法の適用可能範囲の検証，判定法について，理論的に考察する．その際，ゲーム理論を援用し，検討を行う．

2.費用割振り法 ゲーム理論の表記方式を用いると，主体の集合は $N=\{1,2,\cdots,n\}$，任意の主体は $i(\in N)$，任意の提携は $S(\subset N)$ と表され，任意の提携 S の費用は $C(S)$，便益は $B(S)$ と表される．ここに $C(S)$ は，提携 S に関する費用関数と呼ばれる．

現行の費用割振り法は，上述したように，SCRB法(Separable Cost Remaining Benefits Method)が用いられている．この方法では，任意の主体 i に分離費用(Separable cost)$SC_i=C(N)-C(N-\{i\})$ を割振り，その後，非分離費用(Non-separable cost)$NSC=C(N)-\sum_{j\in N}SC_j$ を残余便益 $\phi_i=\min\{B(\{i\}),C(\{i\})\}-SC_i$ に比して割り振る．残余便益は $\min\{B,C\}=C$ であることが多いため，$\phi_i=C(\{i\})-SC_i$ とする．SCRB法による主体 i の割振り費用 x_i は，$x_i=SC_i+(\phi_i/\sum_{j\in N}\phi_j)NSC$ で表される．また，SCRB法に類似した方法としてENSC法(Egalitarian Non-Separable Cost Method)があるが，SCRB法と違って，非分離費用を各主体間で均等割振りするのが特徴である．ENSC法による主体 i の割振り費用 x_i は $x_i=SC_i+(1/n)NSC$ で表される．本研究では慣用法として，SCRB法とENSC法を取り上げる．一方，ゲーム理論では配分問題の解として様々な知見が蓄積されている．ここでは，仁(Nucleolus)，及びその変種である弱仁(Weak-nucleolus)，相対仁(Propensity to disrupt)を取り上げる．これらの方法は，任意の提携に対して「最大不満」を最小化したものを，割振り費用ベクトル $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ の解として与える．仁における「不満」は $e(X:S)=\sum_{i\in S}x_i-C(S)$ と定義され，弱仁，及び相対仁のそれは，$e(X:S)/|S|,-e(X:N-S)/-e(X:S)$ と定義される．また，本研究では上述の慣用法を理論的に拡張した概念としてNSCG法を取り上げる．NSCG法では，まず分離費用を割振り，その後非分離費用を譲歩額 $\rho_i=\min_{S,i\in S}g(S)$ に比して割り振る．ここに，費用差関数 $g(S)=C(S)-\sum_{i\in S}SC_i$ である．$g(N)$ が非分離費用に等しいことから，費用差関数は任意の提携 S に対する非分離費用と解釈できる．NSCG法によると，$x_i=SC_i+(\rho_i/\sum_{j\in N}\rho_j)NSC$ である．

3.費用割振り法のゲーム論的考察 本研究では慣用法の適用可能範囲を理論的に検証するにあたり，慣用法による解とゲーム理論に基づく割振り法による解との一致性に着目した．すなわち，一致性が生じている範囲そのものが，慣用法による割振り解に理論的妥当性が保証され得る範囲である．この一致性はある適当な条件が整うことによって必然的に生じると考えられる．一致性に関する既往の知見としては1)ENSC法とNSCG法，2)SCRB法とNSCG法，並びに3)ENSC法と仁があるが，本研究ではこれらを整理するとともに，新たな一致性の特定を試みた．その結果新たに，4)ENSC法と弱仁，及び5)SCRB法と相対仁の一致性が明らかになった．これらの一致性の条件は費用差関数で表される．また，これらの条件はゲームの費用関数特性であるConvex性等と密接な関連がある．費用関数特性には，

i)Convex性　$C(S)+C(T)\geq C(S\cup T)+C(S\cap T),g(S-\{i\})\leq g(S)\quad(\forall S,T\subset N,\forall i\in S\subset N)$

ii)Semi-convex性　$g(\{i\})\leq g(S)\quad(\forall i\in S\subset N)$

iii)One-convex性　$g(S)\geq g(N)\quad(\forall S\subset N)$　　iv)Weak-convex性　$g(S)\leq g(N)\quad(\forall S\subset N)$

がある．ここにiv)は本研究で新たに定義した特性である．これらの特性と一致性との関連をTable 1に示す．ただし，NUCLは仁，WEAKは弱仁，PROPは相対仁を表す．また，Neはその費用関数特性が必要条件，Suは十分条件であることを示す．また，$\alpha_s=1-[(\sum_{i\in N-S}g(\{i\})-g(N-S))/(\sum_{i\in N}g(\{i\})-g(N))]$ で

Table 1: Coincidence conditions

1)ENSC-NSCG	$g(S) \geq g(N)$	$(\forall S \subset N)$	One(Su)
2)SCRB-NSCG	$g(S) \geq g(\{i\})$	$(\forall i \in S \subset N)$	Semi(Su)
3)ENSC-NUCL	$g(S) \geq ((\lvert S\rvert + 1)/n)g(N)$	$(\forall S \subset N)$	One(Su)
4)ENSC-WEAK	$g(S) \geq (\lvert S\rvert/(n-1))g(N)$	$(\forall S \subset N)$	One(Su)
5)SCRB-PROP	$g(S) \geq \alpha_s g(N)$	$(\forall S \subset N)$	One(Su)
	$g(S) \leq \alpha_s g(N)$	$(\forall S \subset N)$	Weak(Ne)

Table 2: Cost function in Fig 2

$C(\{1\}) = 1.5$	$C(\{2\}) = 1.3$
$C(\{3\}) = 1.2$	$C(\{4\}) = 1.0$
$C(\{1,2\}) = 2.1$	$C(\{1,3\}) = 2.0$
$C(\{1,4\}) = 1.8$	$C(\{2,3\}) = 2.1$
$C(\{2,4\}) = 1.8$	$C(\{3,4\}) = 1.7$
$C(\{1,2,3\}) = 2.6$	$C(\{1,2,4\}) = 2.4$
$C(\{1,3,4\}) = 2.3$	$C(\{2,3,4\}) = 2.3$
$C(N) = 2.7$	

ある．これらの結果は，各種費用割振り法の関連を記述する上での極めて有効な理論的知見と考えられる．

4．ゲームの費用関数特性の幾何学的特性　このように，費用関数にゲームの費用関数特性が成立するか否かは，慣用法の適用可能範囲を検討する上での有効な指標となり得る．実際の多目的ダム事業の費用関数は Fig 1 に示すような貯水容量に対する費用の関数（以後，V-C関数と呼ぶ）で与えられる．そこで本研究は，ゲームの費用関数特性の幾何学的特性を明示し，V-C関数と比較し，**3.** でまとめた理論的知見と多目的ダム事業での工学的知見との結合を試みる．その際，提携の規模（人数）$|S|$ と費用 C の座標系に定義される C-C(Coalition-Cost) 関数を用いて考察する．Convex 性の評価式を変形すると，$MC(S,\{i\}) \leq MC(T,\{i\}), (\forall i \in T \subset S \subset N)$ である．ここに，$MCMC(S,\{i\})$ は主体 i の提携 S に関する限界費用 (Marginal cost) である．本式は提携の規模の拡大が主体 i の限界費用の非増加を伴うことを示しているが，これを C-C 関数で表すと Fig 2, Table 2 を得る．ただし Fig 2 では 4 人ゲームを想定しており，上式において $i = 1$ としている．ここに，限界費用は C-C 関数上の線分の端点の費用差で与えられるが，同時に線分の傾きで与えられるとの解釈も可能である．例えば，線分 AB の傾きは $MC(\{1,2\},\{1\})$ に等しい．これより C-C 関数に即して解釈すると，提携の規模の増大（厳密には，T から $S(T \subset S)$ のような提携の規模の増大）に伴い，線分の傾きが緩くなる条件が Convex 性であるとの解釈が成立する．このことは線分の包絡線をとると，より明確になる (Fig 3)．よって，（包絡線をとった）C-C 関数によって Convex 性の判定が可能である．C-C 関数を V-C 関数に拡張すると，貯水容量に対して滑らかに費用が上昇する曲線は十分 Convex 性を保持し得ることがわかる．Convex 性以外の費用関数特性についても，同様の考察により V-C 関数との関連が示されるが，これらに関しては講演時に譲る．

5.結び　以上，慣用法の適用可能範囲についての理論的考察，及びその工学的解釈を検討した．現段階では多くのダム事業において Convex 性が認められることから，慣用法の適用妥当性は保証され得るが，今後新たに事業への参加が予想される主体について，慣用法を再検討，もしくは現行の費用割振り制度を見直す必要性があろうが，これを今後の課題としたい．

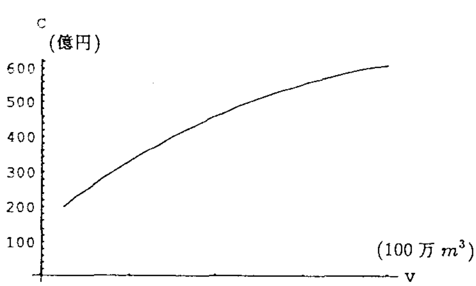

Fig 1:V-C function

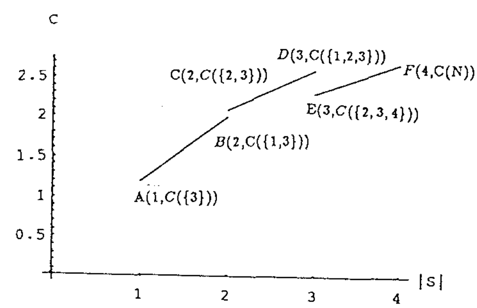

Fig 2:C-C function

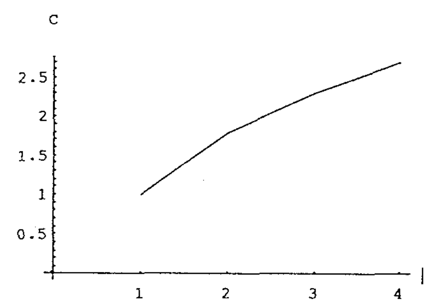

Fig 3:C-C function(envelope)