Ⅳ-100　多機材間の需要配分を考慮した航空機材スケジューリングモデルとその適用例

東北大学　大学院　学生員　○乳井　孝憲
東北大学　工学部　正　員　稲村　肇

1．はじめに

地方の小規模航空ネットワークにおいては一般に需要が少ないため、直行便のみならず乗り継ぎ便を考慮して航空機材のスケジューリングを行うことが必要である。従来の乗り継ぎ需要を考慮したスケジューリングモデルには鬼柳ら[1)]久永ら[2)]のモデルがあるが、乗り継ぎ需要の考慮が2ﾌﾗｲﾄ間に限られている。また多機材（3機以上）間の需要配分が考慮されておらず、需要の過大評価が余儀なくされている。機材間の需要配分を考慮したモデルとしては田北ら[3)]のモデルがあるがﾊﾌﾞ＆ｽﾎﾟｰｸ型の航空ネットワークを対象としており、本研究で対象としているﾗｳﾝﾄﾞ＆ﾛﾋﾞﾝ型の航空ネットワークの考え方とは基本的に異なる。

そこで本研究では上記の問題に加え、異機材間の乗り継ぎ便利用を考慮したﾗｳﾝﾄﾞ＆ﾛﾋﾞﾝ型の航空機材スケジューリングモデルを非線形整数計画問題としてモデル化した。またその適用例として、ごく小規模な問題を逐次2次計画法[4)]のアルゴリズムを用いて解き、その適用可能性について検討した。

2．航空機材スケジューリングモデル

本研究では地方の小規模航空ネットワークの航空機材スケジューリングを対象としているため、その採算性が重要であると考え、航空会社の利益最大化を目的とする。

2．1　需要について

各空港間の潜在需要分布が時刻t毎に仮定されているとし、各出発可能時間断面k時における需要の顕在化を以下のように仮定した。

y^{k}_{ij}　：ﾙｰﾄi→j，時刻kにおける潜在需要

α^{gku}_{ij}　：希望出発時刻k+u，ﾙｰﾄi→jの潜在需要のうち、k時発，機材gに搭乗する割合

N^{gK}_{ij}　：機材g,k時発,ﾙｰﾄi→jに顕在化する乗客数

$$N^{gk}_{ij}=A^{gk}_{ij}\times{}^{t}Y^{k}_{ij} \qquad (1)$$

$$Y^{k}_{ij}=(y^{k}_{ij},\ y^{k+t}_{ij},\ y^{k+2t}_{ij},\ y^{k+3t}_{ij})$$

$$A^{gk}_{ij}=(\alpha^{gk0}_{ij},\ \alpha^{gkt}_{ij},\ \alpha^{gk,2t}_{ij},\ \alpha^{gk,3t}_{ij})$$

但し、$\alpha^{gku}_{ij}=f(\alpha^{gk0}_{ij},u)$ とし、α^{gk0}_{ij} は以下の条件を満たすように設定される。

$N^{gk}_{ij}\leqq CAPA_g$（$CAPA_g$：機材gの定員）

2．2　目的関数の定式化

航空会社の運航利益を以下のように考えた。

$$\text{運航利益}=\text{旅客数}\times\text{運賃}-\text{コスト} \qquad (2)$$

a)直行便による利益

直行便による運航利益は(2)の定義より次のように定式化される。

$$f_1(X)=\sum_{g}^{G}\sum_{k}^{G}\sum_{i}^{N}\sum_{n}^{N}(FARE_{ij}N^{gk}_{ij}-C_{ij})X^{gk}_{ij} \qquad (3)$$

$FARE_{ij}$　：ﾙｰﾄi→jの運賃

C_{ij}　：ﾙｰﾄi→jを運航した場合のコスト

$$X^{gk}_{ij}=\begin{cases}1 & \text{：機材g, k時発, ﾙｰﾄi→jが運航される}\\ 0 & \text{：その他}\end{cases}$$

G　：機材数，N　：空港数

b)乗り継ぎ便利用による利益の増加分

本研究における乗り継ぎの考え方を図1に示す。k時発ﾙｰﾄi→j, k+w時発ﾙｰﾄj→nにそれぞれフライトが運航される場合、k時ﾙｰﾄi→nの潜在需要の一部が乗り継ぎ便に顕在化すると考える。本研究では従来までの同一機材間の乗り継ぎに加え、異機材間でのタイムラグ(w)のある乗り継ぎも考慮し、以下のように定式化した。

$$f_2(x)= \qquad (4)$$

$$\sum_{g}^{G}\sum_{h}\sum_{k}^{K}\sum_{i}\sum_{j}^{N}\sum_{n}\sum_{w=0}^{1}\left\{(FARE_{ij}+FARE_{mn})R^{ghkw}_{ijn}X^{gk}_{ij}X^{h,k+Tij+w}_{jn}\right\}$$

T_{ij}　：ﾙｰﾄi→jの飛行時間

R^{ghkw}_{ijn}　：機材g, k時発, ﾙｰﾄi→jと機材h, k+T_{ij}+w時発, ﾙｰﾄj→nをﾙｰﾄi→nの乗り継ぎ便として利用する乗客数

$$R^{ghkw}_{ijn}=\mathcal{R}^{ghkw}_{ijn}\times{}^{t}Y^{k}_{in} \qquad (5)$$

$$Y^{k}_{in}=(y^{k}_{in},\ y^{k+t}_{in},\ y^{k+2t}_{in},\ y^{k+3t}_{in})$$

$$\mathcal{R}^{ghkw}_{ijn}=(r^{ghkw0}_{ijn},\ r^{ghkwt}_{ijn},\ \cdot\ \cdot,\ r^{ghkw,3t}_{ijn})$$

但し、$r^{ghkwu}_{ijn}=f(r^{ghkw0}_{ijn},u)$ とし、

r^{ghkw0}_{ijn} は次の条件を満たすように設定される。

$$\begin{cases}\cdot\ N^{gk}_{ij}+R^{ghkw}_{ijn}\leqq CAPA_g\\ \cdot\ N^{g,k+Tij+w}_{jn}+R^{ghkw}_{ijn}\leqq CAPA_h\end{cases}$$

2．3　制約条件の定式化

a)物理的機材制約

実行可能なスケジュールは各時間断面を1度だけ通過する。つまり、時刻kに関係する全フライト案のうち1つだけに機材を配置するように定式化する。

$$\sum_{i}^{N}\sum_{j}^{N}\sum_{k'}^{k}X^{gk'}_{ij}=1 \quad (k'=(k+1)-T_{ij}\sim k) \qquad (6)$$

b)飛行の連続性に関する制約

回送時間の不足によって飛行の連続性や母空港駐

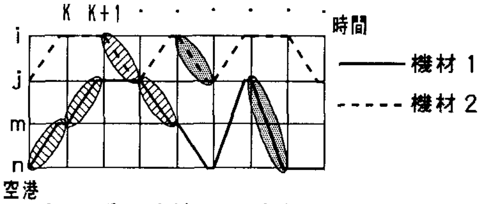

図１　乗り継ぎ利用の考え方

機が保証されないフライト案の組合せについて制約を与える。ここでは問題の特性上制約を目的関数の一部として取り入れる。

$$f_3(X)=\sum_{k}^{K}\sum_{l}\sum_{i}^{N}\sum_{j}\sum_{m}^{N}\sum_{n} P^{kl}_{ij,mn} X^{gk}_{ij} X^{gl}_{mn} \tag{7}$$

$$P^{kl}_{ij,mn} = \begin{cases} 0 & : X^{gk}_{ij} \text{ と } X^{gl}_{mn} \text{ が同時運航可能} \\ p & : \text{同時運航不可能} \end{cases}$$

（p　：大きな負の値）

c)需要配分に関する制約

各出発可能時間断面，各ﾙｰﾄの需要は潜在需要分布からある一定の範囲（時刻3t）をもって与えられた割合（α^{gku}_{ij}　，r^{ghkwu}_{ijn}）で顕在化する。顕在化する需要の割合は各時刻，各ﾙｰﾄ毎に次式のように表せる。

$$ST^{k}_{in}=\sum_{g}^{G}\sum_{k}^{K}\sum_{u}^{3t}\Big\{\alpha^{gku}_{in}\delta^{t'}_{k+u}X^{gk}_{in}+ \sum_{j}^{N}\sum_{h}^{G}\sum_{w}^{1}\left(r^{ghkwu}_{ijn}\delta^{t'}_{k+u}X^{gk}_{ij}X^{h,\,k+Tij+w}_{jn}\right)\Big\} \tag{8}$$

ただし $\delta^{i}_{j} = \begin{cases} 1 & : i=j \text{ のとき} \\ 0 & : i \neq j \text{ のとき} \end{cases}$

ここで制約条件としては　$ST^{k}_{in} \leqq 1$ ･･(9)が考えられるが、潜在需要自体が仮定されたものであり、これを越えないという条件を制約として加えるのは本質的ではない。そこで目的関数の一部として(10)を加えることにより対処した。

$$f_4(x)=\sum_{k}^{K}\sum_{i}^{N}\sum_{n}^{N}\Big\{\rho\cdot\left|min\{0.0, 1.0-ST^{k}_{in}\}\right|\Big\}$$

但しρ　は十分大きい負のペナルティ　(10)

２．４　利益最大化問題

以上をまとめて問題は(6)式の制約下で(11)式を最大化する非線形整数最適化問題となる。

$$L=f_1(x)+f_2(x)+f_3(x)+f_4(x) \tag{11}$$

３．適用例

３空港２機材６断面の航空機材スケジューリングに対し、逐次２次計画法のアルゴリズムを適用した例を図２に示す。また実行可能なスケジュール案の目的関数値を全て計算して得た大域的最適解のスケジュールを図３に示す。

逐次２次計画法は与える初期解によって得られる局所最適解が異なるが、図２は様々な初期解から得られた結果の中で目的関数値が最も大きかったものである。演算時間は探索の回数に依存するが概して約１時間程度であった。（CPU：SUN SPARC　による）

４．結論・問題点

本研究では航空機材スケジューリングモデルにおける多機材間の需要配分および異機材間の乗り継ぎ利用による利益の増加を定数α^{gku}_{ij} およびr^{ghkw}_{ijn}を導入することにより考慮し、非線形整数計画問題としてモデル化した。本問題は非凸型非線形整数計画問題であるが、逐次２次計画法をはじめとする非凸非線形計画問題に対する数理学的厳密解法は現在のところ、大域的最適解の導出を保証していない。また規模の拡張に対して演算時間が指数関数的に増大してしまうという点からも本モデルに対して数理学的厳密解法を用いることは好ましくない。

実用的な解を効率的に求める近似解法として相互結合型ﾆｭｰﾗﾙ･ﾈｯﾄﾜｰｸなどがあるが、これらを本モデルに適用する場合(9)のような不等式制約や(10)のような形状の式は好ましくない。

今後本モデルをﾆｭｰﾗﾙ･ﾈｯﾄﾜｰｸ等の近似解法に適用するには、(9)(10)の定式化を改良することが必要である。またその適用可能性の規準として、ある程度の規模の問題に対する大域的な最適解を効率的に導くアルゴリムを開発する必要がある。

＜参考文献＞

1)鬼柳，徳永，稲村：整数２次計画法による航空機材のｽｹｼﾞｭｰﾘﾝｸﾞﾓﾃﾞﾙ，土木計画学研究・講演集，No.15,pp.597-602,1992
2)久永・稲村・須田：ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄﾜｰｸの航空機材ｽｹｼﾞｭｰﾘﾝｸﾞへの適用と考察，土木計画学研究・講演集，No.16,pp745-750,1993
3)田北・稲村：出発時刻と需要変動の関係の同時最適化航空ｽｹｼﾞｭｰﾘﾝｸﾞﾓﾃﾞﾙ，東北支部技術研究発表会講演概要,pp514-515,1991
4)茨木・福島：Fortran77最適化プログラミング，岩波ｺﾝﾋﾟｭｰﾀｰｻｲｴﾝｽ

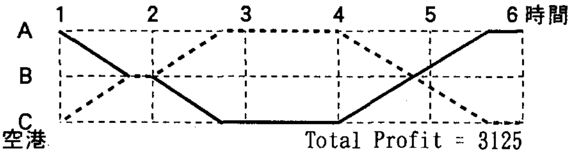

図２　逐次２次計画法による局所最適解

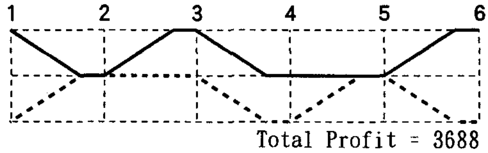

図３　総当たり法による大域的最適解