

III-716 空気入りタイヤと剛性の高い地盤の相互作用問題に関する一解析方法

日本大学 正会員 石川文敏
McGill Univ. Yong, R. N.
日本大学 正会員 塩尻弘雄

1. はじめに

走行力学(Terramechanics)の分野¹⁾では車両式車両(Off-road-vehicle)の軟弱地、泥ぬい地、岩石地盤や舗装路面上走行時の機動性、牽引力や地盤支持力等を研究する上で、空気入りタイヤ(Off-road-tire)と地盤の相互作用のメカニズムを把握する事は必須であり、接地圧と接触面積はそれを解明する際の必要不可欠なパラメータとなる。以上の事を念頭におき、本論では参考文献(2)の軟弱地盤に関する解法は舗装路面や岩石地盤のような剛な地盤での接地圧、接触長を算出する上でも適用可能な事を示す。剛な地盤としてアルミニウムを考慮し、接地圧と接触長に関して解析解と実験値との比較検討を行う。

2. 解析方法

2 弾性体間接触問題に関する解法には、有限要素解法やハーツの接触理論などがある。前者の解法では、タイヤが材料的・構造的に複雑でありまた接触面の取扱いの困難さ等により、安定した解を得るための定式化やアルゴリズムを組み立てることが困難となる。後者ではタイヤの変形や接触面が大であるにも関わらず、接地圧を影響する接触面の運動学について十分な配慮がなされていない。例えば地盤の変形特性によりタイヤを弾性スプリングで離散化するか非変形な剛体輪等と仮定するため、ハーツの理論のように接地圧パターンを事前に決定づけてしまう。結果、接触長に関して解析値と実験値が良好な一致を示しても、それが接地圧分布に関しても良い結果を与える事を意味するものではない。本論では、タイヤ-地盤相互作用を未知の外荷重(接地圧)が地盤の表面(接触面)に作用した場合の接触面プロファイルと等価な変形状態にある地盤の移動境界問題として捉え、それに以下に示す複素解析法³⁾を適用しリーマン-ヒルベルト問題に変換する。また接触面プロファイルを考慮し解析的に得られた平衡式と実験から得られる荷重-接触面積の関係より、変形状態にある地盤の剛性を示す係数(以後変形後の弾性係数)を求め、接地圧と接触長を算出する。

複素平面Cにおいて実軸R以下を半無限弾性体と考慮し、表面上のある有限区間Lに外力が負荷される時弾性体内の応力($T_{mn}; m, n=1, 2$)や変位($u_n; n=1, 2$)は、実軸を除き無限点を含む上・下半平面(S^+, S^-)で複素Goursat関数と呼ばれる一正則関数 $\Phi(z)$ を使って次式で表す事が出来る。

$$T_{22} - iT_{12} = \Phi(z) - \Phi(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'(\bar{z})}, \quad \forall z \in S^- \quad (1)$$

$$2G(u_{1,1} + iu_{2,1}) = K\Phi(z) + \Phi(\bar{z}) + (\bar{z} - z)\overline{\Phi'(z)}, \quad \forall z \in S^- \quad (2)$$

ここに、 $i, z (=x_1 + ix_2)$ はそれぞれ虚数単位と複素変数であり、 $(\bar{})$ は複素共役を表す。また $()'$ や $()_{,1}$ はそれぞれ複素変数や座標 x_1 に関する微分を表す。式(2)のGはせん断弾性係数、平面歪の場合 $K = 3 - 4\nu$ (ν はポアソン比)である。

一般的な2次元接触問題において、接触体の形状、接触面での平衡条件、適合性等の諸条件を考慮し、上記の複素関数論を利用すると、次の2式で表されるRiemann-Hilbert問題に帰着する。

$$\Phi^+(t) = g\Phi^-(t) + f_0(t) \quad t \in L \quad (3)$$

$$\Phi^+(t) - \Phi^-(t) = 0 \quad t \in R \setminus L \quad (4)$$

ここに $\Phi^+(t)$ と $\Phi^-(t)$ はそれぞれ上・下半平面からの片側極限であり、接触応力はそれぞれの差(例えば式(4))により定義され、佐藤超関数ともなっている。 g は摩擦と材料に関する複素定数で、 $f_0(t)$ は形状や材料に関する複素関数である。この問題の一般解は、 $z \rightarrow \infty$ の時 $\Phi(z) \rightarrow 0$ の条件等を使い、コーシー積分により次式で与えられる。

$$\Phi(z) = \frac{2M(1+ik)\exp[-i\pi\alpha]\cos\pi\alpha}{\pi(a+z)^{\gamma}(a-z)^{1-\gamma}} \int_L \frac{(a+t)^{\gamma}(a-t)^{(1-\gamma)}f'(t)}{(t-z)} dt \quad (5)$$

$$+ \frac{P(1+ik)\exp[-i\pi\alpha]}{2\pi(a+z)^{\gamma}(a-z)^{(1-\gamma)}} \quad \forall z \in (C \cup \{\infty\}) \setminus L$$

ここで a は半接触長、 P は軸荷重、 k は静摩擦係数、 $f'(t)$ は形状を表し、また

$$M=G/(1+G), \gamma=0.5-\alpha, \alpha=\pi^{-1}\tan[k(1-k)/(1+k)] \quad (6)$$

接触面プロファイルの傾き $h'(t)$ は次の形で表す。

$$h'(t)=D(t/R)^3 \quad (D, R=\text{実験より定まる定数}) \quad (7)$$

式(7)の接触面プロファイルに対応する接地圧 $P(t)$ は、式(5)より次式で表される。

$$P(x)=(16/3)(a/R)^3 M \cos^2(\pi\alpha) \{1+C_2+X^2\}(1+X)^{1-\gamma}(1-X)^{\gamma}, \quad X=t/a \quad (8)$$

式(8)で $X=\pm 1$ で $P(x)=0$ の条件より、垂直方向の平衡式は次式で与えられる。

$$V_4'(1+C_2+C_4)a^4-P=0 \quad (9)$$

ここに、 $V_4'=(16M\pi/3R^3)\cos^2(\pi\alpha)$, $C_2=2\gamma(\gamma-1)$, $C_4=(2/3)\gamma(\gamma-1)(\gamma^2-\gamma+1)$ である。

接触長は式(9)から算出される。

3. 変形したアルミニウム地盤の弾性係数

式(9)の平衡式を次のようにコンパクトに表す。

$$\sigma = E^0 \varepsilon \quad (\sigma = \text{軸荷重/接触面積}, \varepsilon = \text{接触面積/潜在的な最大接触面積}) \quad (10)$$

荷重-接触面積関係を得る実験からも次のような同様な式が得られる。

$$\sigma = E^* \varepsilon \quad (\text{図. 1}) \quad (11)$$

上の2式より $E^0 = E^*$ が得られ、これより荷重、接触面形状等に依存する弾性係数が算出できる。

4. タイヤ-アルミニウム地盤相互作用問題への適用

式(7)において係数 D 、 R はそれぞれ $D=0.0005$ 、 R はタイヤ半径とする。式(10)と式(11)の関係より変形しているアルミニウムの弾性係数が得られ、式(8)、式(9)より接地圧及び接触長がそれぞれ算出できる。

5. まとめ

- ①接触長と接触圧に関する解析値は実験結果と良い一致を示している。(図. 2)
- ②接地圧は接地面中央部より接触端部近くで非常に高くなり、凹形の形をしている。
- ③実験において、接触面中央部付近の接地圧はある荷重以降は増加しない。

参考文献:(1)R.N.Yong, E.A.Fattah and N.Skiades: Vehicle Traction Mechanics, Elsevier, Amsterdam, 1984, (2)石川文敏, R.N.Yong: 空気入りタイヤ-軟弱地盤相互作用問題の一解法について, 日本大学理工学研究所報(1993年印刷予定), (3)N.I.Muskhelishvili: Some Basic Prob.of Mathematical Theory of Elasticity, P.Noordhoff Ltd, Groningen-Holland, 1953.

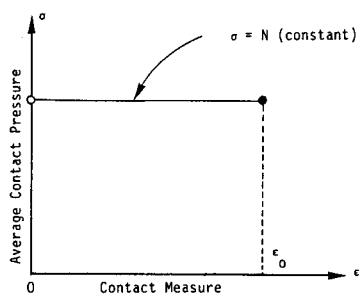


図. 1 実験より得た典型的な $\sigma - \varepsilon$ 関係

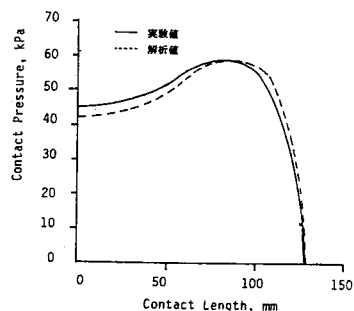


図. 2 解析及び実験より得た接触長と接地圧分布の一例