

III-429

3次元土/水連成FEMにおける離散化の仕様と計算精度の比較

大林組 技術研究所 正会員 杉江茂彦
金沢大学 工学部 正会員 太田秀樹
金沢大学 工学部 正会員 飯塚 敦

1. はじめに

Biotの多次元圧密理論にもとづく土/水連成解析では変位と水頭が未知数となる。したがって支配方程式・境界条件を有限要素法を用いて離散化する場合には、変位・水頭の内挿関数の選び方によって種々の離散化が可能となる。離散化の仕様は、計算精度や計算時間・容量に大小の影響を与える可能性があり、その選択は重要な問題である。離散化仕様を変化させて計算精度を比較した既往の研究には、2次元解析に大平・芳賀・斉藤・西崎(1981)、荒井・渡辺・田行(1983)がある。しかし3次元解析では、実務での利用が増えている状況下においても、このような報告が見当たらない。3次元解析では、コンピュータの性能・計算コストの面で特に制約を受けやすいことから、このような離散化仕様に着目した検証が重要であると考えられる。本研究では、既往研究で用いられた1次元圧密問題を取り上げ、3次元解析での離散化仕様のちがいによる計算精度の比較を行ったのでその概要を述べる。

2. 剛性方程式と離散化の仕様

土/水連成解析の剛性方程式(増分型表示)は有限要素法を用いて次式のように与えられる(Ohta, Izuka, Omote and Sugie, 1991)。

$$\begin{Bmatrix} [K]_t & [B_v]^T \\ [B_v] & \Delta t \cdot \theta [K_h]_t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta u^*\} \\ \{\gamma_w h^*\}_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [B_v]^T \{\gamma_w h^*\}_t + \Delta t \{\dot{F}\} + \Delta t \{\dot{R}\} \\ -\Delta t \cdot (1-\theta) [K_h]_t \{\gamma_w h^*\}_t - \Delta t \{(1-\theta) \{Q\}_t + \theta \{Q\}_{t+\Delta t}\} \end{Bmatrix}$$

ここに、

$$[K] = \sum_m \int_v B^T DB dv, [K_h] = \sum_m \int_v B_h^T k_h B_h dv, [B_v] = \sum_m \int_v N_h^T C dv, \{\dot{F}\} = \sum_m \int_{\Gamma_\sigma} N^T \{\dot{f}_s\} ds, \\ \{Q\} = \sum_m \int_{\Gamma_v} N_h^T \{\bar{v}\} \{n\} ds$$

であり、 N, N_h は各々変位 u と全水頭 h の内挿関数の行列、 B, C は各々変位からひずみと体積ひずみを求めるための行列、 D, k_h は各々土骨格の構成関係、透水性を表す行列である。 $\{\dot{f}_s\}, \{\bar{v}\}, \{n\}$ は各々境界での既知応力ベクトル、既知流速ベクトル、外向き法線ベクトル、 γ_w は間隙水の単位体積重量である。また θ は全水頭 h の時間領域での差分近似のパラメータであり、時間 $t=t$ から $t=t+\Delta t$ の間の全水頭 h は、 $h=(1-\theta)h_t + \theta h_{t+\Delta t}$ ($0 \leq \theta < 1$)と表される。本研究では計算の安定性に有利(赤井・田村, 1976)な後退差分($\theta=1$ の場合)を一貫して用いた。比較する離散化の仕様を図-1に示す。type(2-1)は変位の内挿関数 N に2次(quadratic)、全水頭の内挿関数 N_h に1次(linear)の関数、type(1-1)は変位・全水頭ともに1次の内挿関数を用いたものである。またtype(1-0)は変位に1次、全水頭に0次(要素内で一定値)の内挿関数を用いたものである。赤井・田村(1976)が2次元解析で用いた方法を土屋・大築・小幡(1986)、飯塚・八嶋(1989)が3次元解析に拡張したものである。要素の重心位置で全水頭を評価し、隣接する要素間の水収

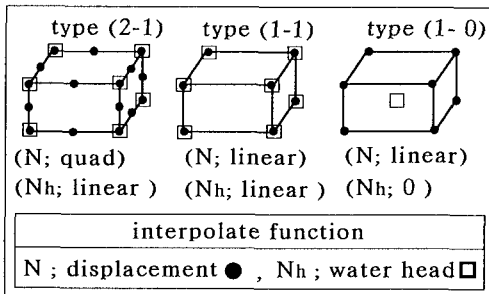


図-1 比較に用いた離散化の仕様

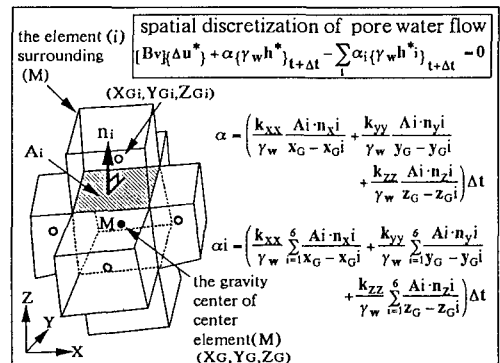
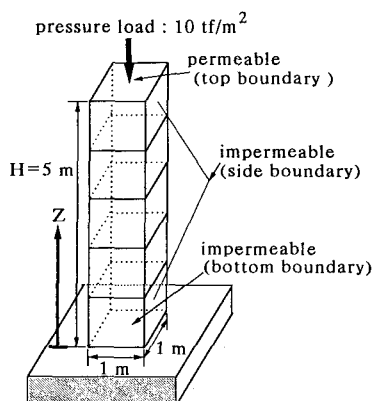
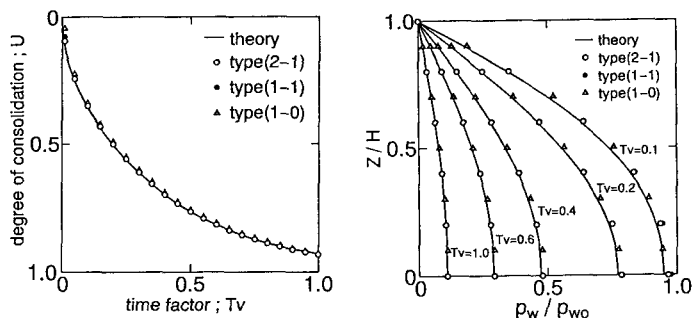


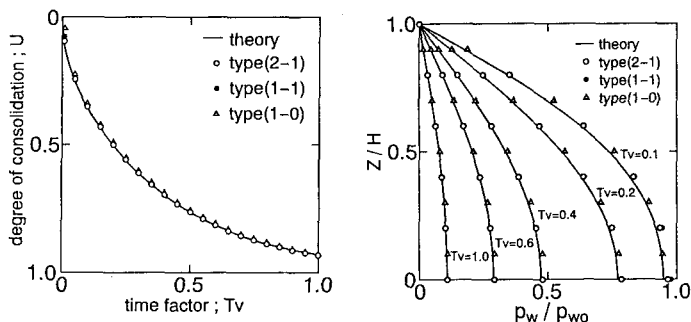
図-2 type(1-0)における間隙水の流れの離散化



図ー3 1次元圧密モデルと材料定数



図ー4 計算結果(透水係数: $k = 10^{-4}$ cm/sec, 時間増分幅: $\Delta Tv = 0.0001$)



図ー5 計算結果(透水係数: $k = 10^{-6}$ cm/sec, 時間増分幅: $\Delta Tv = 0.0001$)

支を幾何的な関係をもとに差分的に求めるところに特徴がある(図ー2参照)。以上の3つのタイプの離散化では、 N, Nh の1次・2次の内挿関数にセレンディピティー族の関数を用い、形状関数と内挿関数の次数が等しいアイソパラメトリック要素を用いた。また数値積分にはガウスの求積法を用い、積分点は1次、2次の内挿関数ともに8点($2 \times 2 \times 2$)とした。

3. 1次元圧密問題における計算精度の比較

計算モデルと材料定数値を図ー3に示す。材料定数値には荒井ら(1983)と同様のものを用い、透水係数に $k = 10^{-4}, 10^{-6}$ (cm/sec)の2ケースを設けた。また全圧密期間における時間増分の幅を $\Delta Tv = 0.01, 0.001, 0.0001$ (時間係数で表示)の3種設け、先の離散化仕様(図ー1参照)の3種と合わせて、全18ケースの計算を行った。その内、透水係数 $10^{-4}, 10^{-6}$ (cm/sec)、 $\Delta Tv = 0.0001$ で得られた圧密度～時間係数関係と圧密等時曲線をTerzaghiの理論値とともに図ー4、5に示す。離散化の仕様が異なっても計算精度にほとんど差が生じていない。また時間増分の幅を $\Delta Tv = 0.01, 0.001$ としたケースにおいても、図ー4、5とほぼ同じ結果であった。

本研究の結果は、荒井ら(1983)による2次元解析での結果、1) 透水係数 $k = 10^{-6}$ (cm/sec)の場合にtype(1-1)のみ時間増分幅の影響を強く受け、時間増分幅を細かくする程Terzaghiの理論値との差が大きくなる。2) ただし、透水係数 $k = 10^{-4}$ (cm/sec)ではtype(1-1)の場合も含め時間増分幅の影響が表れない。と異なっている。

4. おわりに

ここで取り上げた1次元圧密以外の問題においても、3つの離散化仕様で計算精度に顕著な差が生じないのであれば、type(1-0)は計算効率の面から、type(2-1)は現在のコンピュータ容量の面から、実務ニーズへの適用が難しく、type(1-1)に有用性が高いと考えられる。

参考文献／赤井・田村(1976)：京都大学防災研究所年報、第19号B、pp.15-29／荒井・渡辺・田行(1983)：土質工学会論文報告集、vol.23、No.3、pp.189-195／飯塚・八嶋(1989)：土木学会第44回年次学術講演会概要集、第3部、pp.970-971／大平・芳賀・斉藤・西崎(1981)：土と基礎4月号、pp.25-32／Ohta, Iizuka, Omote and Sugie(1991)：Proc. 7th Int. Conf. Computer Methods and Advances in Geomechanics, vol.2, pp.1191-1196／土屋・大築・小幡(1986)：日本建築学会構造系論文報告集、第361号、pp.123-130