

III-418

クリギングによる不同沈下の予測

清水建設(株) 大崎研究室 正会員 脇田英治

1. はじめに: クリギング(Kriging)は海外において広く鉱山工学の分野などで約30年前から用いられてきた手法であり、日本に5~6年前に紹介された。この方法は既知の測定点の値を用いて、未知の測点の値を確率的に推定する方法である。この方法を実務上の問題へ適用する場合、セミバリオグラム(semi-variogram)と呼ばれる値が不明であり、従来はその推定式を仮定する必要があった。本論文ではその推定式を理論的に誘導すると共に、この方法を応用した不同沈下予測法を提案する。

2. セミバリオグラム推定式の誘導: 観測位置と予測位置、それら2つの地点間の距離を L_s とする。そして、予測誤差をそれら2点で得られた観測値間の差の平均二乗と定義し、 $\varepsilon^2(L_s)$ で表わす。距離 L_s 離れた2点のデータ x_{i+k} , x_i 間の自己共分散関数 $\phi(k)$ は次式で与えられる。

$$\phi(k) = \frac{1}{m-k} \sum_{i=1}^{m-k} ((x_{i+k} - \mu) \cdot (x_i - \mu)) \quad (1)$$

ここに、 μ は巨視的に定常確率過程と見なし得る地層群の観測データの平均、 σ^2 は分散である。Wiener³⁾により、現時点より L_s だけ未来の予測を行う場合、その予測誤差の最小値は次式で与えられることが示されている。

$$\varepsilon^2(L_s) = \phi(0) - \int_0^{L_s} A(t) \cdot \phi(t+L_s) dt \quad (2)$$

ここに、 $A(t)$ は次のウィナー・ホッフ(Wiener-Hopf)の積分方程式を満足する予測係数である³⁾。

$$\int_0^{L_s} A(t') \cdot \phi(t-t') dt' = \phi(t+L_s) \quad (3)$$

以上は時間的な離れに関する関係式であるが、ここでは、これを空間的な離れに置き換えて考える。一方、自然地盤において、土質係数の自己相関係数は一般的に次式で近似できる³⁾。

$$\tau(L_a) = \exp(-a_c \cdot L_a) \quad (4)$$

ここに、 a_c は係数である。 $\tau(L_a)$ と $\phi(L_s)$ の間には次の関係がある。

$$\phi(L_a) = \phi(0) \cdot \tau(L_a) \quad (5)$$

式(4)の成立を仮定し、式(2)の予測係数 $A(t)$ を次のように設定すると、式(7)で示すように、式(3)を満足することがわかる。

$$A(t) = \delta(t) \exp(-a_c \cdot L_a) \quad (6)$$

ここに、 $\delta(t)$ はディラックのデルタ関数である。

$$\begin{aligned} \text{式(3)の左辺} &= \int_0^{L_s} \delta(t') \cdot \exp(-a_c \cdot L_a) \cdot \phi(t-t') dt' = \phi(0) \cdot \exp(-a_c \cdot L_a) \cdot \int_0^{L_s} \delta(t') \cdot \exp\{-a_c |t-t'|\} dt' \\ &= \phi(0) \cdot \exp(-a_c \cdot L_a) \cdot \exp(-a_c \cdot t) = \phi(0) \cdot \exp\{-a_c (t+L_s)\} = \phi(t+L_s) = \text{式(3)の右辺} \end{aligned} \quad (7)$$

そこで、式(4)、(5)、(6)を式(2)に代入し、整理すると、サンプル群が定常確率過程である時、観測位置から L_s だけ予測位置が離れている場合の予測誤差を表わす式として次式が得られる。

$$\varepsilon^2(L_s) = \sigma^2 \{1 - \exp(2 a_c L_s)\} \quad (8)$$

式(8)の係数 a_c の値は観測データに式(4)をフィッティングすることにより推定することができる。

クリギングにおけるセミバリオグラム $\gamma(L_s)$ と $\varepsilon^2(L_s)$ の間には次の関係があるので、式(8)と式(9)の2式を用いてセミバリオグラムの値を推定することができる。

$$\gamma(L_a) = \frac{1}{2} \varepsilon^2(L_a) \quad (9)$$

3. クリギングによる不同沈下予測法: 任意の位置の予測沈下量は一般的に図-1に示すように正規分布に従うばらつきを示すと考えてよい。そこで、図-1に示す平均と信頼度77.6%(この設定根拠は後述)の上限と下限に相当する沈下量をまず推定する。既知な各測点 x_i ($i=1, 2, \dots, n$)の沈下観測値 $Z(x_i)$ を用いて、任意の位置 x_0 の沈下量 $Z(x_0)$ および推定誤差分散 $\sigma_s^2(L_s)$ の推定はクリギングにより行なうことができる。ただし、この方法はたとえ

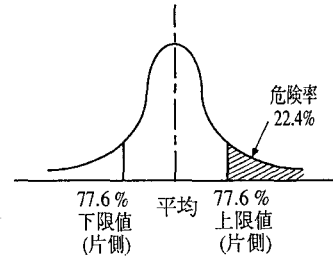


図-1 任意の位置における予測沈下量の分布

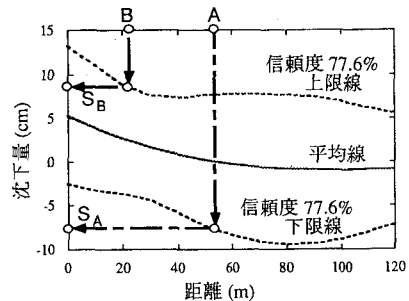


図-2 沈下量推定値の分布 図-3のa-a断面

ば文献4)などで紹介されているので、ここでは省略する。信頼度77.6%に対応する沈下量の限界値はクリギングの結果を用いて、次式により推定することができる。

$$Z_c(x_0) = Z(x_0) \pm 0.776 \cdot \sigma_c(L_a) \quad (10)$$

以上の方法により任意の断面において図-2に示すような沈下量推定値の分布を求めることができる。そこで、次にそれを用いて信頼度95%に相当する不同沈下量の値は次のように推定することができる。図-2において、A点の沈下量の77.6%下限値を S_A 、B点の沈下量の77.6%上限値を S_B とする。不同沈下量が $(S_A - S_B)$ 以上となる確率は次のように求まる。

$$P_t = (100 - 77.6) \times (100 - 77.6) = 5.0\%$$

すなわち、信頼度95%に相当する2点A, B間の不同沈下量(最大値)は $(S_A - S_B)$ である。

以上のような不同沈下の推定法は厳密性には欠ける(建物の場合、基礎と地盤の静的相互作用により不同沈下は緩和される。また、2点A, Bが近い場合には自己相関の影響により不同沈下は小さくなる)が、安全側の解を与える簡便法として、実務設計への利用には適していると考えられる。

4. 適用例: 軟弱地盤上に120m×110mの直接基礎型式の建物が施工された。建物施工前に地盤は埋立荷重により圧密沈下しており、その動態観測の結果を用いて、その後の50年後の沈下が推定された。図-3はその結果得られた50年後の敷地全体の沈下分布を表す透視図である。図ではメッシュの節点が測点の位置であり、各測点における沈下量と敷地全体の平均沈下量との差を表示している。建物は図-3の斜線部に位置する。本建設予定地は今後50年間沈下が継続し、図-3に示すような不同沈下が生じることがわかる。ここでは、この結果を用いて行なう建物各部の不同沈下推定法を示す。

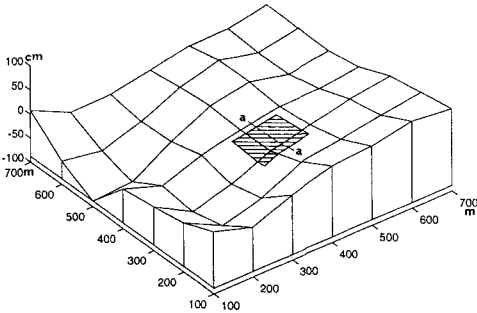


図-3 50年後の敷地内の沈下量推定値の分布

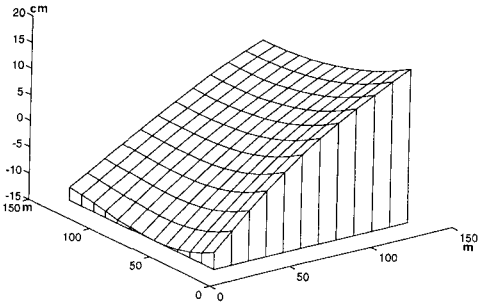


図-4 建物直下の地盤の沈下量推定値(平均)の分布

図-2は3.で述べた方法により推定されたその後50年間の沈下量推定値の分布(図-3のa-aで示す建物中央断面の例であり、各位置の沈下量と建物全体の平均沈下量との差を表示している)である。また、図-4はこのような各断面図を総括した沈下量推定値(平均)の全体的な分布図である。そして、図-5は同様に推定誤差分散の全体的な分布図である。これらを用いて、信頼度95%に相当する不同沈下量の値は次のように推定することができる。たとえば、図-2において2点A, Bの間の不同沈下を求める必要があるとする。その場合、まず図に示すように、 S_A , S_B の値を求める。次に、その差 $(S_A - S_B)$ を取れば、それが今後50年間に予想される信頼度95%に相当する不同沈下量の最大値である。

このようにして、建物内の任意の2点間の不同沈下量(最大値)を推定することができる。

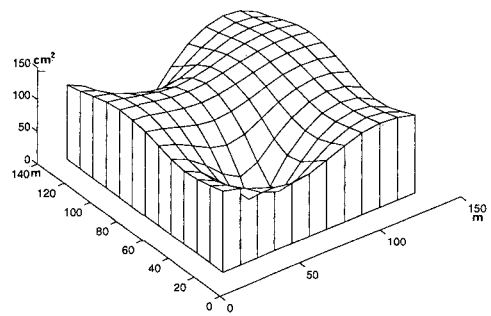


図-5 建物直下の地盤の推定誤差分散の分布

参考文献: 1) N. Wiener: The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications, John Wiley, 1949.

2) 大友詔雄 他: 情報の科学, 情報科学センター, pp. 114 - 125, 1989.

3) 松尾 稔: 地盤工学-信頼性設計の理念と実際-, 技法堂出版, pp. 71 - 73, 1984.

4) 脇田英治: 試験工区の観測値による本工区の観測値の予測, 第28回土質工学研究発表会, pp. 473 - 474, 1993.