III-416 複数の破壊形態を考慮した盛土の信頼性設計に関する研究

○ 名古屋大学大学院 学生会員 山田 英司
長岡技術科学大学 正会員 本城 勇介
名古屋大学 正会員 松尾 稔

1. はじめに

ある1つの構造物には“破壊”や“変形”などの様々な事象が起り得る。また、それぞれの事象が生起する確率は異なり、これらの事象により構造物が受けるダメージの程度も異なる。本研究ではこの様々な事象を“破壊形態”と定義する。本研究は具体的な構造物として軟弱地盤上の盛土を取り上げ、盛土に起り得る複数の破壊形態を考慮し、設計問題を多目的下における最適決定問題としてとらえた信頼性設計法の方法論を構築することを目的とする。

表 1: 破壊形態

Type	破壊形態	例
1A	離散的	破壊（二値量）
1B	連続的	変形、沈下など

2. 複数の破壊形態を考慮した盛土の信頼性設計の定式化

2.1 破壊形態の定義

軟弱地盤上の盛土では円弧すべりによる“破壊”、圧密沈下や側方流動などによる“変形”が“破壊形態”として考えられる。ここで“破壊”、“変形”を表す確率変数を Z_1, Z_2とする。この破壊形態は表1に示すようにその状態が離散量として記述されるか、連続量として記述されるかに分類できる。盛土の場合は、離散量（破壊：二値量）と連続量（変形）の混合問題である。

2.2 破壊確率 P_F の計算における問題点

表 2: 力学モデルと破壊形態の関係

Type	力学モデル	例
2A	同じ	地盤の絶対沈下と不同沈下
2B	異なる	軟弱地盤上の盛土の変形と破壊

信頼性設計法の主要な作業は (1) 破壊確率 P_F の計算、(2) 最適設計案の決定、である[1]。複数の破壊形態を考慮する場合も従来の手順と本質的に変りない。最適設計案の選択の仲介として破壊確率 P_Fが必要であり、P_Fの 精度が重要となる。しかし、複数の破壊形態を考慮するときは、破壊確率 P_Fの計算において、表2に示すようにベースとなる力学モデルが破壊形態によって異なる場合と、同じ力学モデルで異なる破壊形態を計算できる場合がある。軟弱地盤上の盛土の破壊と変形の問題は、力学モデルが異なる場合である。

2.3 破壊時費用関数

表 3: 破壊時費用関数の相関関係

Type	破壊時費用関数の関係	例
3A	独立	地盤の絶対沈下と不同沈下
3B	包含関係（条件付き）	軟弱地盤上の盛土の変形と破壊

破壊時費用関数を $C_F(Z_1, Z_2)$ とする。破壊時費用関数と破壊形態の関係は、信頼性設計理論の構築上、本質的な役割を果たすので、この関係を分類し、表3に示す。

軟弱地盤上の盛土では、破壊時費用関数は包含関係（条件付き）にある。すべり破壊が生じてしまえば変形による損失費用は無意味となってしまう。すなわち、$z_1 \le z_1^*$ のときに破壊が生じるとすると、破壊が生じたときは費用関数は Z_1（破壊）に支配され、非破壊時には Z_2（変形）により支配される。

$$C_F(z_1, z_2) = \begin{cases} C_{F1}(z_1) & \text{if} \quad z_1 \le z_1^* \\ C_{F2}(z_2) & \text{if} \quad z_1 > z_1^* \end{cases} \tag{1}$$

2.4 期待総費用関数

設計変数（設計に係わる材料、荷重、形状等に関する全ての変数のうち、設計者が与えるのではなく、与件として与えるもの。確率変数。）を $X_i (i = 1, \cdots, n)$ とする。設計変数の確率密度関数（ PDF ）は、

$f_{X_1,\cdots,X_n}(x_1,\cdots,x_n|a_k)$ である。$a_k\,(k=1,\cdots,l)$ は、設計者が決定できる種々の代替案を表す。破壊形態 $Z_j\,(j=1,\cdots,m)$ は、構造物に生じる破壊の形態で、個々の破壊形態 Z_j は設計モデル g_j を介して設計変数 $X_i\,(i=1,\cdots,n)$ と結びついている。

$$Z_j = g_j(X_1,\cdots,X_n|a_k) \tag{2}$$

各設計モデルの誤差 e_j は互いに独立であると仮定し、モデル誤差の PDF を $f_{e_j}(e_j)$ と表す。初期建設費を $C_C(a_k)$ とすると、期待総費用関数は次式で表される。

$$C_T(a_k) = C_C(a_k) + \int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty} C_F(z_1,z_2) f_{X_1,\cdots,X_n}(x_1,\cdots,x_n|a_k)dx_n\cdots dx_1 \tag{3}$$

ここに、式（3）の第2項は期待損失費用を表す。破壊形態1に関するモデル誤差 e_1 も考慮して $z_1+e_1\le 0$ の時に破壊が生じるとする。破壊 Z_1 は二値量であるので、破壊に関する費用関数は定数となる（C_{F1}）。また、変形 Z_2 は連続量であるので、変形に関する費用関数は Z_2 の連続関数となる。ここで、式（1）を考慮すると、期待総費用関数は破壊時（第2項）、非破壊時（第3項）に分離することができる。図1に期待損失費用の積分領域の模式図を示す。“破壊” Z_1 に関する破壊確率 $P_{F1}(a_k)$ を式（4）のように定義する。

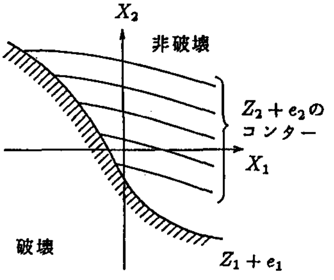

図 1: 期待損失費用の積分領域

$$P_{F1}(a_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underset{z_1+e_1\le 0}{\int\cdots\int} f_{X_1,\cdots,X_n}(x_1,\cdots,x_n|a_k)dx_n\cdots dx_1 f_{e_1}(e_1)de_1 \tag{4}$$

したがって、盛土の破壊と変形を考慮した期待総費用関数 は式（5）のようになる。

$$\begin{aligned} C_T(a_k) &= C_C(a_k) + P_{F1}C_{F1} + \Big\{1-P_{F1}(a_k)\Big\} \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \underset{z_2+e_2\ge z_2^*}{\int\cdots\int} C_{F2}(z_2) f_{X_1,\cdots,X_n}(x_1,\cdots,x_n|a_k, z_1+e_1>0)dx_n\cdots dx_1 f_{e_2}(e_2)de_2 \end{aligned} \tag{5}$$

3. おわりに

式（5）は、以下のような利点をもつ。

1) 第2項は、“破壊” についての破壊確率と破壊費用関数のみで記述できる。

2) 第3項は、まず、破壊費用は “変形” についてのみのものを用いることができる。それ以上の利点は、設計変数の確率密度関数（PDF）が非破壊という条件付きのものになっていることである。すなわち、破壊しないで変形のみをしている盛土についての解析を行うことのできるモデルさえもっていれば変形の PDF の計算には十分であることを意味する。また、このモデルの精度 e_2 をキャリブレーションするとき、破壊していない盛土のデータを用いて行えば十分である。

すなわち、盛土の破壊と変形を考慮した信頼性設計では、破壊、変形でそれぞれ別々に期待損失費用を計算し、式（5）により期待総費用を求める。そして、期待総費用最小化基準により最適設計案を求めることになる。

参考文献　1) 松尾稔：地盤工学　信頼性設計の理念と実際, 技報堂,1984.　2) 山田英司：複数の破壊形態を考慮した盛土の信頼性設計に関する研究, 名古屋大学修士論文,1994