

## 材料非線形問題の逆解析手法に関する考察

法政大学 草深 守人, 梶原 保志, 龍河 将史  
徳ハザマ 山下 亮, 西村 翠

1. まえがき

本文では、時間に依存しない非線形性を示す地盤材料に対し荷重増分法を導入した逆解析手法について考察する。通常、順解析では、地盤材料の非線形な応力-ひずみ関係は、いくつかの区分に分割された接線で近似される。この場合の応力-ひずみ関係は増分形で表され、各区間で一時的な線形弾性構成則が仮定されていると考えてよい。一方、逆解析では、観測された荷重と変位の非線形な応答を順解析の増分法と同様に考えることとし、荷重-変位関係(観測値)に区分的な線形を仮定することとする。そして、各増分ステップごとに有限要素法の剛性方程式を組み立て、仮定した材料パラメータに対する応答変位と観測値との差を最小化するアルゴリズムが考察された。

2. 逆解析手法

線形弾性体の有限要素離散系での増分変位を式(1)で算出する。この計算変位と観測変位の誤差を式(2)の第1式で与え、この誤差を最小化する目的関数を第2式で定義する。同定パラメータに対する計算変位の変化率は式(3)のようになる。これらの関係式を用いて、ニュートン法に従うと、目的関数を最小化するパラメータ  $P$  の数値計算スキームが式(4)で与えられる。従って式(4)を  $P^k$  について解くことによって次ステップでの修正値  $P^{k+1}$  が式(5)で決定される。

$$\Delta \mathbf{U} = [\mathbf{K}_T(\mathbf{P})]^{-1} \Delta \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = [\mathbf{M}] \Delta \mathbf{U} - \Delta \bar{\mathbf{U}} , \quad \mathbf{E} = \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \sum_{R=1}^L f_R \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Delta \mathbf{U}}{\partial p_i} = -[\mathbf{K}_T(\mathbf{P}^k)]^{-1} \left[ \left[ \frac{\partial \mathbf{K}_T(\mathbf{P})}{\partial p_i} \right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^k} \Delta \mathbf{U}^k \right] \quad (3)$$

$$\left\{ \Delta \bar{\mathbf{U}} - [\mathbf{M}] \left( \Delta \mathbf{U}^k - [\mathbf{K}_T(\mathbf{P}^k)]^{-1} \sum_{i=1}^{m \times m} \left[ \frac{\partial \mathbf{K}_T(\mathbf{P})}{\partial p_i} \right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^k} \delta p_i \right)_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^k} \Delta \mathbf{U}^k \right\} \\ \cdot [\mathbf{M}] [\mathbf{K}_T(\mathbf{P}^k)]^{-1} \left[ \frac{\partial \mathbf{K}_T(\mathbf{P})}{\partial p_i} \right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^k} \Delta \mathbf{U}^k + \sum_{R=1}^L \frac{\partial f_R}{\partial p_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m \times m) \quad (4)$$

$$\mathbf{P}^{k+1} = \mathbf{P}^k + \lambda \delta \mathbf{P} \quad (5)$$

3. 計算例題

以下の数値解析例では、弾塑性地盤上の構造物基礎(剛体)を想定した仮想モデル(図1)を対象としている。先ずあらかじめ設定した物性定数を用いて弾塑性順解析を行い、各節点の変位ならびに各要素ごとの接線弾性係数の正解値を設定する。次にこれらの節点変位の中からいくつかの変位データをサンプリングし、これを入力データとした増分形の逆解析を実行することにより各要素ごとの接線弾性係数を同定する。観測点の取り方として、次の4種類について行った。

Case1) 基礎底面の節点: 31~33

Case2) 地表面上の節点: 31~36

Case3) 地表面上と深い地盤内の節点: 31~34, 25~28

Case4) " と深い地盤内の節点: 31~33, 7~9

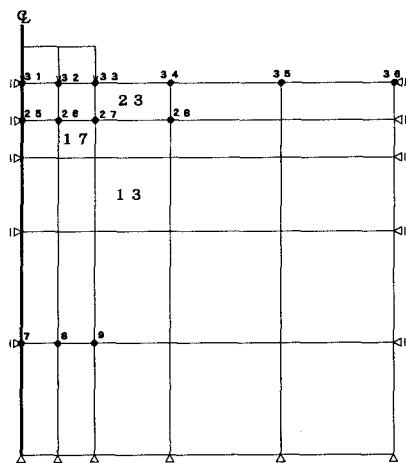


図1 仮想モデル図

#### 4. 計算結果

図-2～図-4は仮想モデルの任意の要素における接線弾性係数の正解値と予測値を比較したものである。全体的に、前記の逆解析手法によって、地盤材料の非線形性を表現することが可能であると考えられる。図-2は荷重境界から比較的離れた(要素13)における推定状況である。この図からは比較的ひずみレベルの小さな領域では全てのケースで精度良く推定されることが分かる。図-3は比較的基礎直下近くに位置する(要素17)における材料パラメータの推定状況である。これについても全ケースでほぼ満足いく推定精度を表しているものと思われる。図-4は基礎端部直下に位置し、せん断変形の最も著しい(要素23)での推定状況を示している。Case1、Case2およびCase4についてはほぼ満足いく推定精度を示しているのに対し、Case3ではひずみレベルが大きくなると正解値から離れていく、推定が困難になることが解かる。しかし、これらの推定誤差は、微小ひずみの範囲を越えた領域に対するものであることから、必ずしも本手法の推定精度に問題があるとはいえない。

#### 5. 結論

以上の解析結果から結論として次の3点が挙げられる。

- 1) 実際の現場計測値により、地盤内任意点の非線形な材料特性を実用レベルの精度で同定する事が可能であると思われる。
- 2) 地盤内の局所的な観測量を入力することはその観測区間に過大な拘束条件を与えることとなり好ましくない。すなわち、観測点は、可能な限り広い区間の観測量を測定するように配置することが好ましいと思われる。
- 3) 微小ひずみの仮定が成立しないようなひずみレベルの高い領域での誤差が大きいことから、今後は、本手法を大ひずみあるいは大変形にまで拡張する必要がある。

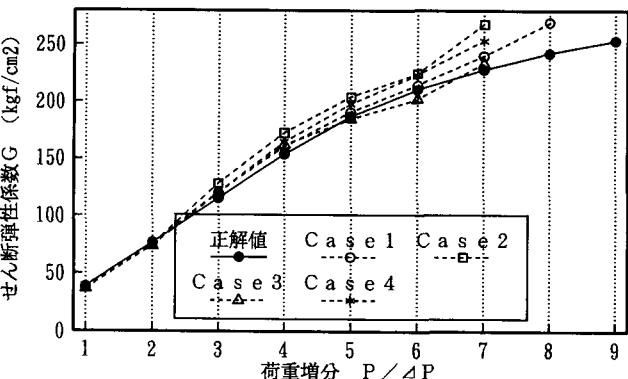


図-2 各増分に対するせん断弾性係数の変化(要素13)

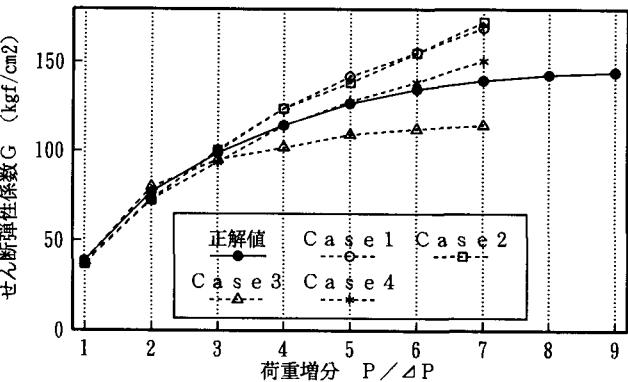


図-3 各増分に対するせん断弾性係数の変化(要素17)

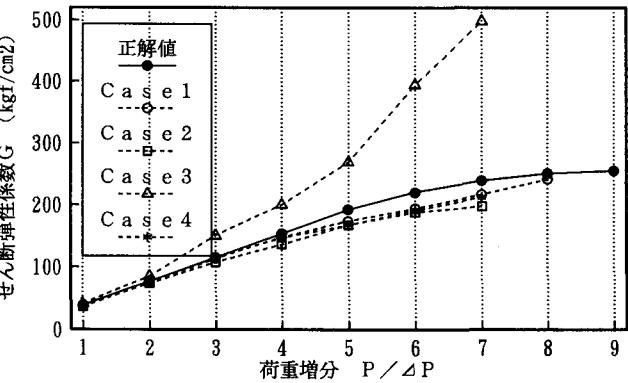


図-4 各増分に対するせん断弾性係数の変化(要素23)

#### 参考文献

- 1) 山下亮・蓮井昭則：岩盤の非弾性的な変形挙動の逆解析法について  
土木学会第45回年次学術講演会、1991年9月
- 2) 大上俊之：一般化逆解析手法と岩盤力学への適用、1991年2月PP. 1-53
- 3) 武田技術開発株式会社：パソコン用コンピュータによる有限要素法プログラム FEM2D、1992年9月