

III-405

逆解析による地盤材料の非線形材料特性、ひずみ分布の同定

神戸大学工学部 正会員 櫻井春輔
 神戸大学工学部 正会員 ○芥川真一
 東急建設(株) 正会員 徳留 修

1. はじめに

非線形材料特性を有する地盤材料内にトンネルなどの地下構造物を建設する際、その材料特性および地山に生じるひずみ分布などを現場計測結果を用いた逆解析によって求めようとする試みには種々のものが見られる¹⁻²⁾。しかしながら、これらの方法の多くは、予め材料モデル(本来未知であるはずのもの)や、その概略を仮定する必要があることや、計算コストが過大になるなどの難点があった。そこで、著者らは地盤に生じるひずみのうち、その非弾性成分を未知数とする定式化を行う事でこれらの問題点を克服する合理的な逆解析手法を研究・開発してきた³⁻⁵⁾。ここでは、未知数と計測データの質・量関係が異なる場合、本手法を用いてどの程度まで材料の非線形特性、あるいは地山のひずみ分布を同定できるのかを、数値実験によって例証する。

2. 逆定式化の基本概念

掘削などによって地山に生じるひずみは一般に弾性成分と非弾性成分の和として表される。このうち非弾性成分が地山に及ぼす影響は、材料の非線形性に起因する付加物体力に変換することができる。この付加物体力を地山の初期応力、弾性係数と並ぶ未知数と考えることにより、変位、応力などを含む観測量ベクトル $\{y\}$ と未知数ベクトル $\{x\}$ の間に以下の線形観測方程式を導くことができる。

$$\{y\} = [A]\{x\} \quad (1)$$

ここに、 $[A]$ は感度マトリックスである。未知数ベクトルは、

$$\{x\}^T = \{\sigma_{0x}/E, \sigma_{0y}/E, \tau_{0xy}/E, \epsilon_{p,x}^1, \epsilon_{p,y}^1, \gamma_{p,xy}^1, \dots, \epsilon_{p,x}^N, \epsilon_{p,y}^N, \gamma_{p,xy}^N\} \quad (2)$$

であり、 $\sigma_{0x}/E, \sigma_{0y}/E, \tau_{0xy}/E$ は初期応力パラメータ、 E は弾性係数、 $\epsilon_{p,x}^i, \epsilon_{p,y}^i, \gamma_{p,xy}^i$ は非弾性ひずみを表し、 N は解析領域内で非弾性ひずみが定義されている点(例えば有限要素内のガウスポイント)の総数を示す。式(1)の観測方程式は未知数と観測データの数の大小関係により異なる方法で解くことができる。以下に、1)未知数の数(n)が計測データのそれ(m)よりも少ないか等しい場合、2)多い場合について、二次元平面ひずみ問題としての数値実験結果を示し、本逆解析法の適用性について述べる。

3. 未知数が計測データよりも少ないか等しい場合

まず、 $n \leq m$ のケースでは以下の誤差関数、

$$\Pi = ([A]\{x\} - \{y\})^T ([A]\{x\} - \{y\}) \quad (3)$$

を最小にする条件より、未知数ベクトルを次のように決定することができる。

$$\{x\} = ([A]^T [A])^{-1} [A]^T \{y\} \quad (4)$$

ここで、弾性係数は初期応力成分の鉛直成分と土被り圧の等価性を用いて決定することとする。Fig. 1に第1の数値実験(2軸対称性を有するトンネル掘削問題)に用いた有限要素メッシュを示す。ここでは、網掛けされた8個の定ひずみ要素が仮の非弾性領域であるとし、未知数ベクトルの次元(n)は27(初期応力パラメータ3成分+非弾性ひずみ3成分*8要素)である。計測データはFig. 2に示すように変位データ12個と応力データ15個の合計27個である。計測データは多段階で得られるものとし、その各々に対して逆解析を行い、要素4, 5, および6に対して確定された全応力状態の推移に、対応する非弾性ひずみを重ね描きしたものがFig. 3である。この図から、どの要素に対しても初期の段階では非弾性ひずみはゼロであり、従ってトンネル周辺地山は弾性状態にあることがわかる。要素4に対しては、4段階目以降の応力状態がある基準線(これは要素4を占める材料の降伏関数そのものである)に沿い、逆算された非弾性ひずみがこの直線に直交していることがわかる。このことから、要素4はモール・クーロン型の降伏基準に従い、流れ則は関連型であることが分かり、その諸パラメータは図から直接読みとることができる。また、要素5, 6は要素4とは異なるパラメータで定義されるモール・クーロン型の材料で、流れ則は非関連型であることが分かる。さらに、仮の非弾性領域として仮定していた他の要素においては非弾性ひずみがゼロとなり、その領域は全体を通じて弾性挙動を示していることが分かる。

4. 未知数が計測データよりも多い場合

次に、 $n > m$ の場合については、一般に未知数ベクトルに対して何らかの制約条件を課して唯一解を求める必要がある。ここでは、観測方程式を満たす未知数の組み合わせのうち、そのノルムの自乗和が最小になるものを近似解として定義し、以下の評価関数を停留させることを考える^{6), 7)}。

$$\Pi = \frac{1}{2} \{x\}^T [W]\{x\} + \{\lambda\}^T ([A]\{x\} - \{y\}) \quad (5)$$

ここで、 $[W]$ は対角項だけからなる重みマトリックス、 $\{\lambda\}$ はラグランジュの未定数である。 $\{x\}$ と $\{\lambda\}$ に対する Π の停留条件から未知数は次のように求められる。

$$\{x\} = [W]^{-1} [A]^T ([A][W]^{-1} [A]^T)^{-1} \{y\} \quad (6)$$

第2の数値実験として行ったトンネル掘削問題に用いた有限要素メッシュ、仮定した非弾性領域、及び変位計測野位置をFig. 4に示す。本実験においては総数291個(初期応力パラメータ3成分+非弾性ひずみ3成分*4ガウスポイント*24要素)の未知数を51個の相対変位から求めている。Fig. 5に順解析で得られた非弾性ひずみ(真の値)と逆解析

によって得られたものを示す。真の値とはやや異なっているものの、逆解析によって得られた非弾性ひずみの大きさ、また集中箇所等は実用上十分な精度であると考えられる。Fig. 6に示す最大せん断ひずみ分布についても同様のことがいえる。

5. まとめ

非弾性ひずみを未知数とする逆解析の概念を述べ、未知数と計測データの数的大小関係に応じて異なる解法を用いることを示した。数値実験の結果から、未知数の数が計測データの数をはるかに上回る場合でも、地山の非弾性挙動の特性やひずみ分布を実用上十分な精度で求め得ることが分かった。今後は、実際の現場計測結果に用いて、本手法の適用性について検討する予定である。

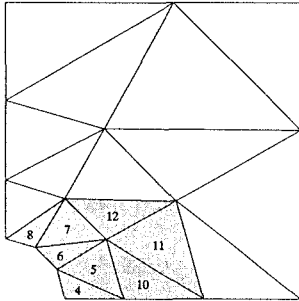


Fig.1 Finite element mesh used for the first example. Potentially nonelastic zone is shaded.

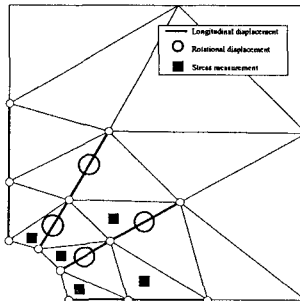


Fig.2 Measurement scheme.

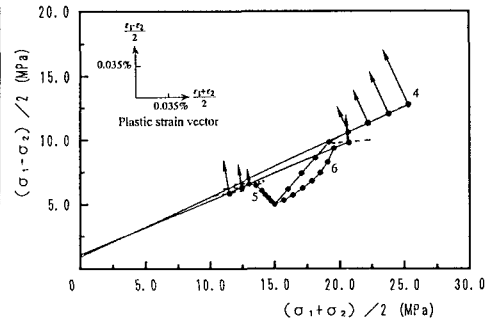


Fig.3 Nonelastic strains overlayed on the stress path.

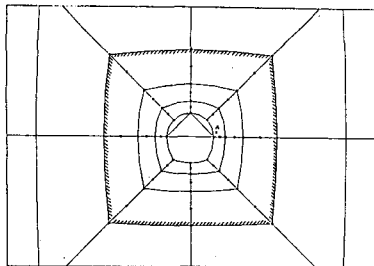


Fig.4 Finite element mesh used for the second example.

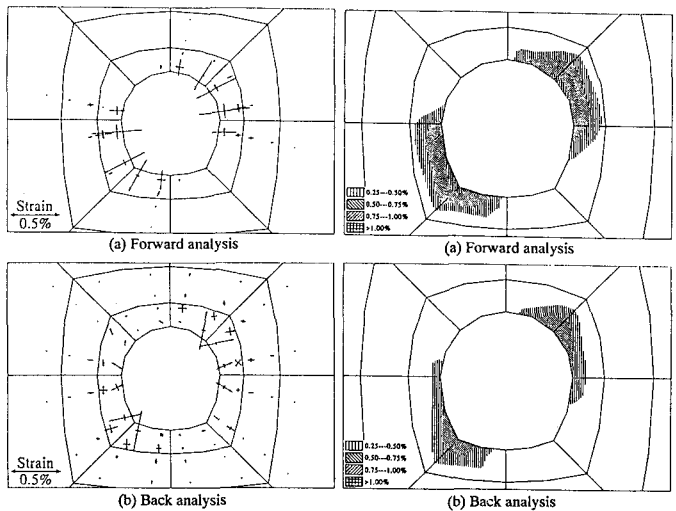


Fig.5 Comparison of nonelastic strain. Fig.6 Comparison of maximum shear strain distribution.

参考文献：1)例えばGioda and Maier：Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity：Identification of cohesion, friction angle and in-situ stress by pressure tunnel test, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 15, pp. 1823-1848, 1980. 2)山口、堀井、鎌田：変形・破壊のメカニズムを取り入れた逆解析、第9回岩の力学国内シンポジウム講演論文集、pp. 61-66, 1994. 3)櫻井、川嶋、皿海、芥川：地盤の非弾性挙動の逆解析、土木学会論文集投稿中。4)櫻井、芥川、徳留：ノルム最小化法に基づく非弾性ひずみの逆解析、土木学会論文集投稿中。5)櫻井、芥川、徳留：非線形力学特性の逆解析に関する一考察、第9回岩の力学国内シンポジウム講演論文集、pp. 67-71, 1994. 6)Gao and Mura：Nonelastic strains in solids - An inverse characterization from measured boundary data. Int. J. Eng. Sci. Vol. 30, No. 1, pp. 55-68, 1992. 7)久保司郎：計算力学とCAEシリーズ10、逆問題、培風館、1992.