

III-211

ひずみ軟化型弾-粘塑性構成式の一次元的表現

京都大学工学部	正会員	足立紀尚
岐阜大学工学部	正会員	岡二三生
京都大学大学院	学生員	張 鋒
大林組	正会員	上月健司
京都大学大学院	学生員	○曾良岡宏

1. はじめに

著者らは、軟岩に対して適用性の示された足立・岡のひずみ軟化型弾塑性構成式¹⁾を発展させて、ひずみ硬化-軟化挙動ならびに、クリープ現象、応力緩和現象およびひずみ速さ効果を含めた時間依存性挙動の双方を表現できる弾-粘塑性構成式を誘導した²⁾。本研究では、簡単のためにこの構成式を一次元的に表現し、本構成式がどのようにして地盤材料のひずみ硬化-軟化挙動ならびにクリープ現象を表現し得るのかを明らかにする。

2. 構成式の誘導

まず、全ひずみ増分 $d\epsilon$ は弾性ひずみ増分 $d\epsilon^e$ と塑性ひずみ増分 $d\epsilon^p$ の和であると仮定する。

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p \quad (1)$$

弾性ひずみ増分 $d\epsilon^e$ および塑性ひずみ増分 $d\epsilon^p$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$d\epsilon^e = d\sigma / E \quad (2)$$

$$d\epsilon^p = \Lambda df_y \quad (3)$$

また、応力履歴 σ^* の導入に必要な時間測度の増分 dz を次式で仮定する。

$$dz = C \exp(-z/C) dt \quad (4)$$

ここに、 C を時間依存性パラメータと呼び、次式で仮定する。

$$C = \tau \alpha \{1 - H(\epsilon^e)\} + (\epsilon / \epsilon_0)^a H(\epsilon^e) H(\epsilon) + \beta \{1 - H(\epsilon)\} \quad (5)$$

上式で、第一項、第二項および第三項はそれぞれクリープ現象、ひずみ速さ効果、ならびに応力緩和現象を表現する項であり、 α 、 β と a はそれぞれ定常クリープ状態での軸差ひずみ速度、応力緩和パラメータとひずみ速さ効果パラメータである。また、 $H(x)$ はヘビサイド関数であり、次式で与えられる。

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{when } x > 0 \\ 0 & \text{when } x \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

式(4)で与えられた時間測度 z を用いて、応力履歴 σ^* を次式で定義する。

$$\sigma^*(z) = \frac{1}{\tau} \int_0^z \exp\left\{-\frac{1}{\tau}(z-z')\right\} \sigma(z') dz' + \sigma_0 \exp\left\{-\frac{1}{\tau}z\right\} \quad (7)$$

ここに、 τ は応力履歴パラメータであって、実応力に対する応力履歴の遅延を表現する材料定数である。

なお、式(7)は次の微分方程式を満足する。

$$\frac{d\sigma^*(z)}{dz} + \frac{1}{\tau} \sigma^*(z) = \frac{1}{\tau} \sigma(z) \quad (8)$$

この式が粘弾性体に対するVoigt Modelのレオロジー方程式と等価なことから、 τ はVoigt Modelの遅延時間に対応していることがわかる。

降伏関数 f_y は次式で与えられるものとする。

$$f_y = \eta^* - \kappa = 0 \quad (9)$$

ここに、 η^* は次式で与えられる応力履歴比、また κ は後述するひずみ軟化-硬化パラメータである。

$$\eta^* = \sqrt{6} \sigma^* / \left(\frac{1}{3} \sigma^* + b \right) \quad (10)$$

上式中の b は塑性ポテンシャルパラメータである。

硬化-軟化パラメータ κ には次の双曲線関数を適用する。

$$\kappa = M_f^* G' \epsilon^p / (M_f^* + G' \epsilon^p) \quad (11)$$

ここに、 G' は双曲線型ひずみ硬化関数の初期接線勾配であり、 M_f^* は残留状態での応力履歴比 η^* の値である。地盤材料は時間とともに強度低下を生じるので、その効果を反映させるために、 M_f^* を時間測度 z の関数として次式のように定式化する。

$$M_f^* = M_{f\infty}^* + (M_{f0}^* - M_{f\infty}^*) \exp\{-A(z - z_1)\} \quad (12)$$

ここに、 M_{f0}^* および $M_{f\infty}^*$ はそれぞれ $t=0$ と $t=\infty$ における M_f^* の値である。なお、本研究では構成式の一次元的表現を求めているので、塑性ポテンシャル関数は必要ない。すなわち、文献²⁾で示した一般式のように非関連流れ則ではなく、関連流れ則を仮定している。

本構成式と従来の足立・岡のひずみ軟化型弾塑性構成式との相違点は、1) 応力履歴比の新しい定義(式(10)), 2) 時間測度の採用(式(4)), および、3) 残留状態での応力履歴比の測度の関数としての定式化(式(12))の3点である。

以上の仮定をもとに、塑性载荷に対するPragerの適合条件

$$df_y = d(\eta^* - \kappa) = 0 \quad (13)$$

を適用して応力の増分 $d\sigma$ を計算すると、次式が得られる。

$$d\sigma = E d\varepsilon - \frac{E M_f^{*2}}{G' (M_f^* - \eta^*)^2} \frac{3\sqrt{6} b}{(\sigma^* + 3b)} \frac{1}{\tau} (\sigma - \sigma^*) dz \quad (14)$$

式(14)がひずみ軟化型弾-粘塑性構成式の一次元的表現である。

3. 排水定ひずみ速さ試験に対する適用性の検討

定ひずみ速さ試験の場合には、式(4)および式(5)より時間測度 z は次式で与えられる。

$$z = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^a \ln(t+1) \quad (15)$$

式(14)および式(15)を用いて応力-ひずみ関係を計算した例をFig.1に示す。Fig.1(a)の実線と破線は、それぞれ式(14)の第一項の成分と第二項の成分を表わしており、それぞれ単調増加関数である。ひずみ軟化を呈する応力-ひずみ曲線は応力-ひずみ関係が一对一に対応しないが、本構成式ではこのように、単調増加な2つの関数の差で応力-ひずみ曲線を表現するので、応力-ひずみ関係は一对一の写像となる。

Fig.1(b)に種々のひずみ速さでの応力-ひずみ曲線を示す。ひずみ速さが増加するとともに最大強度が増大する現象を表現できている。

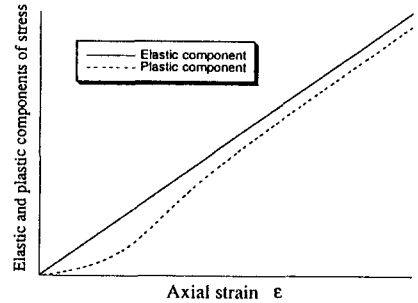


Fig.1(a) 応力の弾性成分と塑性成分

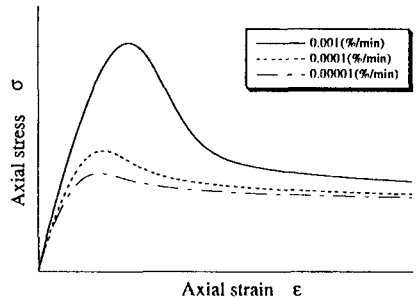


Fig.1(b) 応力-ひずみ関係

4. 排水クリープ試験に対する適用性の検討

クリープ条件の下では、式(4)および式(5)より時間測度 z は次式で与えられる。

$$z = \tau \alpha \ln(t+1) + z_1 \quad (16)$$

また、クリープ応力载荷中は $d\sigma/dt=0$ であるので、式(14)と式(16)からひずみ速さ $\dot{\varepsilon}$ について次の関係が得られる。

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln \left\{ \frac{2 \sigma \alpha g(z_1)}{3 G' b} \right\} - \alpha \ln(t+1) + 2 \ln \left(\frac{M_f^*}{M_f^* - \eta^*} \frac{3b}{\sigma^* + 3b} \frac{1}{\sqrt{t+1}} \right) \quad (17)$$

ここに z_1 は $t=0$ での時間測度であり、また、 $g(z_1)$ は、次式の値である。

$$g(z_1) = \frac{\tau}{z_1} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{z_1}{\tau} \right) \right\} \quad (18)$$

Fig.2に式(17)および式(18)を用いて計算したひずみ速さ-時間関係を示す。式(17)の右辺第一項は定数項なので载荷直後のひずみ速さを、第二項は両対数紙上で傾き α の直線を意味するので定常クリープの成分、第三項はクリープ破壊成分を表現している。第三項から明らかなように η^* が M_f^* に近づくと、すなわち、材料が降伏すると $\dot{\varepsilon}$ は急激に発散し、クリープ破壊に至る。

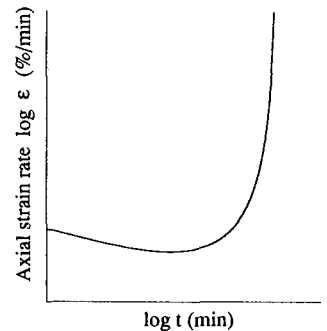


Fig.2 ひずみ速さ-時間関係

5. おわりに

ひずみ軟化型弾-粘塑性構成式の一次元的表現を求め、本構成式がどのようにひずみ軟化挙動とクリープ現象を表現し得るのかを説明した。

【参考文献】

- 1) 足立紀尚, 岡二三生: 軟岩のひずみ軟化型弾塑性構成式, 土木学会論文集, No.445-III-18, pp.9-16, 1992.
- 2) 足立紀尚, 岡二三生, 張 鋒, 曾良岡宏: 地盤材料の弾-粘塑性構成式の誘導とその適用性について, 第29回土質工学研究発表会(投稿中), 1994.