

III-209 粘着成分を有する粘土の限界状態の概念と消散エネルギー式について

山口大学工学部 正員 ○安福規之・兵動正幸・村田秀一

1. まえがき

Roscoe らのグループは、関連する流れ則に立脚し、1) e (間隙比) - $\ln p$ (平均有効主応力) 線形関係(硬化則)の仮定、2) 消散エネルギー式の仮定、3) 直交則及び4) 限界状態の概念の導入等によりCam-Clayモデルと修正Cam-Clayモデルを導いている^{1, 2)}。この2つのモデルの違いが消散エネルギー式の仮定の違いにあることはよく知られているが、その消散エネルギー式を詳細に検討した研究例は少ないように感じられる。また、粘着成分を有する粘土を対象とした場合の限界状態の考え方や消散エネルギー式について検討した研究例は見当たらない。三浦³⁾や三浦・安福⁴⁾は以前消散エネルギー式の工夫によって高压下の砂の応力ひずみ関係を検討したことがあるが、本報は、その時の考察を踏まえて成されたものである。

2. 消散エネルギー式についての若干の考察

Cam-Clay モデルと修正Cam-Clay モデルの消散エネルギー式はそれぞれ次式で与えられる。

$$dW_{in} = p M d\epsilon^p \quad (1) \quad dW_{in} = p \sqrt{(dv^p)^2 + (M d\epsilon^p)^2} \quad (2)$$

ここで、 $d\epsilon^p$: 塑性せん断ひずみ増分、 dv^p : 塑性体積ひずみ増分、 M : 限界状態時の応力比 ($=q/p$)、 q : 軸差応力である。さて、若干の考察を行なうとこれを拡張した消散エネルギー式として、

$$dW_{in} = p \sqrt{(dv^p)^2 - X dv^p d\epsilon^p + (M d\epsilon^p)^2} \quad (3)$$

を考えることができる。ここで、" $X dv^p d\epsilon^p$ " は塑性体積ひずみとせん断ひずみのカップリングを表す項であり、この項中の X は係数である。上式に基づいて限界状態モデルでゆうストレスダイレタンシー関係を導くと、

$$\frac{dv^p}{d\epsilon^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{X + 2\eta} \quad (4)$$

を得る。従ってこの係数 X はストレスダイレタンシー関係を特徴づけるものとして意味を持つ。ここでもし、 $X=0$ を仮定すると式(3)は修正Cam-Clayモデルのエネルギー式(修正Cam-Clay式と称する)となる。また $X=(M-\eta)$ を仮定すると、式(4)は

$$X=M-\eta \rightarrow \frac{dv^p}{d\epsilon^p} = M-\eta \quad (5)$$

となり、Cam-Clayモデルのエネルギー式(Cam-Clay式: 式(1))に基づいて導かれるストレスダイレタンシー関係そのものとなる。このことから次のようなことが言える。まず、1) 式(3)の特殊な場合がCam-Clay式や修正Cam-Clay式であり、式(3)を通し

表1 式(3)に基づくストレスダイレタンシー関係の例

$dW_{in} = p \sqrt{(dv^p)^2 - X dv^p d\epsilon^p + (M d\epsilon^p)^2}$			
$X=M-\eta$	$\rightarrow \frac{dv^p}{d\epsilon^p} = M-\eta$	$: X=0$	$\rightarrow \frac{dv^p}{d\epsilon^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}$
$X=(c-2)\eta$	$\rightarrow \frac{dv^p}{d\epsilon^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{c\eta}$	$: X=-2c\eta$	$\rightarrow \frac{dv^p}{d\epsilon^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2(\eta - \alpha)}$
$X=(M\eta)^2$	$\rightarrow \frac{dv^p}{d\epsilon^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{(2+M^2\eta)\eta}$		

て見ると、両エネルギー式の違いは X の仮定の違いのみである。特に、2) $X=M-\eta$ の時、式(3)は式(1)と等価であり、Cam-Clay式にも陽に dv^p の効果が含まれていることを示す。また、3) この結果はCam-Clay式には dv^p の項が含まれていないから修正Cam-Clay式に比べて劣っているという一般的な主張はあてはまらず、Cam-Clay式には dv^p の項が暗に含まれているとする太田の主張^{5, 6)}を支持するものとなっている。表1は、式(3)中の X の項を幾つか仮定したときのストレスダイレタンシー関係をまとめたものである⁷⁾。

3. 粘着成分を有する粘土の消散エネルギー式

人工的に粘着成分を持たせた粘土が地盤改良等で用いられることがある。ここでは、粘土の特性を保持する程度に粘着成分を人工的に有するであろう粘土を想定する。

3.1 限界状態の考え方

$q-p$ 応力空間及び $e-\ln p$ 空間において限界状態の条件は一般に次式で与えられる。

$$q = Mp \quad (6) \quad e = \Gamma - \lambda \ln p \quad (7)$$

ここで、 Γ は p が単位圧力のときの間隙比 e の値であり、 λ は $e-\ln p$ 正規圧密曲線の勾配である（図1参照）。さて、式(6)と式(7)に基づくセメンテーション等による固有の粘着成分 c を有する粘土の限界状態の条件は、直感的には $q-p$ 空間では式(8)、 $e-\ln p$ 空間では式(9)を与えるのが自然であるように想われる。

$$q = M(p + p_r) \quad (8) \quad e = \Gamma - \lambda \ln(p + p_r) \quad (9)$$

ここで p_r は図1からもわかるように $q=0$ の時の p の値であり、固有の定数であると考ええる。なお、 p_r は強度定数 c 、 ϕ' によって式(10)で与えられる。

$$p_r = c \tan \phi' \quad (10) \quad \eta^* = q / (p + p_r) \quad (11)$$

また、 M は限界状態における応力比 η^* の値であり、式(11)で定義される。式(8)、(9)の特色は、簡単であるということ、 $p_r=0$ の時式(6)と式(7)で与えられる限界状態の条件にそれぞれ帰着することである。この拡張された限界状態の条件を模式的に示したものが図1である。

3. 2 粘着成分を考慮した消散エネルギー式

式(3)に粘着項 p_r を導入することを検討する。結果として、

$$dW_{in} = p^* \sqrt{(dv^p)^2 - X dv^p de^p + (M de^p)^2} - p_r dv^p \quad (12)$$

を仮定すると都合がよい。ここで、 p^* は

$$p^* = p + p_r \quad (13)$$

である。式(12)で重要なことは、 $p_r=0$ のとき式(3)に帰着するとゆうことである。式(12)に基づいてストレスダイレタンスー関係を求めると、粘着項を考慮した一般式として、

$$\frac{dv^p}{de^p} = \frac{M^2 - \eta^{*2}}{X + 2\eta^*} \quad (14)$$

が導ける。この式が $p_r=0$ のとき式(4)と一致することは明らかであるから、結果として式(12)で仮定した消散エネルギー式は式(3)に粘着項を加えてより一般化したものであると言える。一つの例として $X=(c-2)\eta^*$ を仮定して導かれる降伏関数 f は、

$$f = p^{*2} - p_r^2 \left(\frac{p_0^*}{p^*} \right)^{\frac{2(c-1)}{a}} + \frac{(c-1)}{M^2} q^2 = 0 \quad (15)$$

である。このような考え方に基づく具体的な構成式の展開は参考文献7)に詳しく示している。

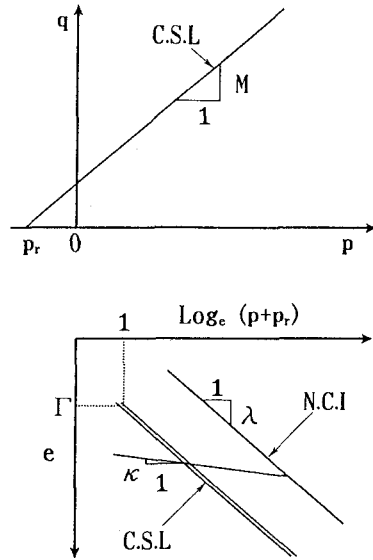


図1 粘着項を考慮した限界状態の概念

4. まとめ

本報では、消散エネルギー式の若干の考察と粘着項を取り入れた新たな消散エネルギー式の提示を行った。今後はここで示した考え方の確からしさを実験を通して検討してゆきたい。

参考文献

- 1) Roscoe, K.H. and Burland, J.B.: "On the generalized stress-strain behaviour of wet clay," Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press., 535-609, 1968.
- 2) Schofield, A.N. and Wroth, C.P.: "Critical state soil mechanics," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
- 3) Miura, N. Murata, H. and Yasufuku, N.: "Stress-strain characteristics of sand in a particle-crushing region," Soils and Foundations, Vol. 24, No. 1, 77-89, 1984.
- 4) 三浦・安福: "砂、礫の応力ひずみ特性について," 山口大学工学部研究報告, 第34巻, 第2号, 47-54, 1983.
- 5) Ohta, H. Yoshitani, S. and Hata, S.: "Anisotropic stress-strain relationship of clay and its application to finite element analysis," Soils and Foundations, Vol. 15, No. 4, 61-79, 1975.
- 6) 太田: "カムクレイに学ぶ-5. ダイレイタンスーの研究-土と基礎, Vol. 41, No. 10, 75-82, 1993.
- 7) Yasufuku, N. Sugiyama, M. Hyodo, M. and Murata, H.: "Extended critical state model for cohesive clay with initial induced anisotropy," Technology Reports of the Yamaguchi University, Vol. 5, No. 2, 103-116, 1993.