

III-191

横等方性を有する砂の弾塑性構成式と変形・強度特性の評価

山口大学大学院 学生員 ○中田幸男

山口大学工学部 正 員 安福規之・兵動正幸・村田秀一

1. まえがき

著者ら¹⁾は、これまでに降伏関数と破壊基準に修正応力を導入することで横等方性を有する砂の変形・強度特性を表現できる弾塑性構成式について検討を行ってきた。しかし、この構成式は塑性ポテンシャル関数に異方的な特性を導入していないことから、異方性砂の等方圧密時のせん断変形を表現できないものとなっている。そこで、本報は、塑性ポテンシャル関数に異方的な特性を導入した上で、非排水条件下における主応力方向固定せん断試験への適用や強度異方性の評価に関して検討を加えるものである。

2. 構成式の概要

ここで提示する弾塑性構成式は、非関連流れ則に基づいて導かれ、降伏関数 f 、塑性ポテンシャル関数 g 、破壊基準及び硬化係数 H から成っている¹⁾。

先に示した塑性ポテンシャル関数は、次式で与え

られる修正Cam-Clay型のものを仮定していた¹⁾。

$$g = p^2 + \frac{2}{M^2} \{S_{ij} S_{ij}\} = \text{const.} \quad (1)$$

ここでは、降伏関数と同じ式形のものとして次式を仮定する²⁾。

$$g = p^2 + \frac{2}{M^2} \{ (S_{ij} - p\alpha_{ij})(S_{ij} - p\alpha_{ij}) - p^2 \alpha_{ij} \alpha_{ij} \} = \text{const.} \quad (2)$$

ここで、 α_{ij} は軸差異方テンソルであり、 M は、以下の幾何学的に与えられる式を用いる。

$$M = M(\theta^*) = M_0 \frac{A}{\{A^2 \cos^2(1.5\theta^*) + \sin^2(1.5\theta^*)\}^{0.5}} \quad (3)$$

ここで、 M_0 は $\theta=0^\circ$ の時の $d\gamma^p/d\varepsilon_v^p=0$ の時の η で与えられる定数であり、 A は中間主応力依存性の度合いを与える定数である。

降伏関数や破壊基準については以下の式で与える。

$$f = p^2 - pp_0 + \frac{2}{N^2} \{ (S_{ij} - p\alpha_{ij})(S_{ij} - p\alpha_{ij}) + (p_0 - p)p\alpha_{ij} \alpha_{ij} \} = 0 \quad (4)$$

表1 応力とひずみ増分のパラメータ

応力	
$p = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$	$\alpha = \left(\frac{3}{2} \alpha_{ij} \alpha_{ij} \right)^{0.5}$
$q = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{0.5}$	$q^* = \left(\frac{3}{2} (S_{ij} - p\alpha_{ij})(S_{ij} - p\alpha_{ij}) \right)^{0.5}$
$\eta = \left(\frac{3}{2} \eta_{ij} \eta_{ij} \right)^{0.5}$	$\eta^* = \left(\frac{3}{2} (\eta_{ij} - \alpha_{ij})(\eta_{ij} - \alpha_{ij}) \right)^{0.5}$
$J_3 = \frac{1}{3} (S_{ij} \cdot S_{jk} \cdot S_{ki})$	$J_3^* = \frac{1}{3} (S_{ij} - p\alpha_{ij})(S_{jk} - p\alpha_{jk})(S_{ki} - p\alpha_{ki})$
$0 = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{27 J_3}{2 q^3} \right)$	$0^* = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{27 J_3^*}{2 q^{*3}} \right)$
ひずみ増分	
$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{ij} \delta_{ij}$	$d\gamma = (2/3 d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij})^{0.5}$
$S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$: 軸差応力テンソル	
$\eta_{ij} = S_{ij}/p$: 応力比テンソル	
$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij} - (d\varepsilon_v/3)\delta_{ij}$: 軸差ひずみテンソル	

表2 秋穂砂の材料定数

I	0.688	M_c	1.05
h	0.361	N_c	0.82
k_a	0.0047	A	0.75
η_{pc}	1.65	C_f	0.09

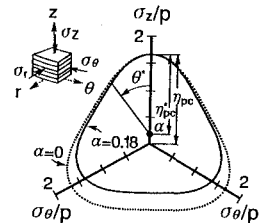


図1 代表的な破壊曲面

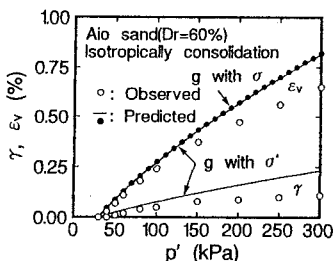


図2 等方圧密試験の実験結果と予測結果の比較

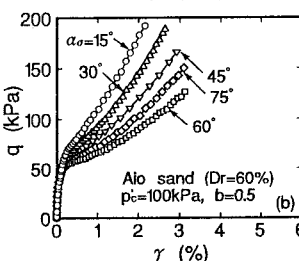
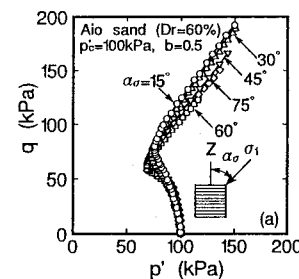
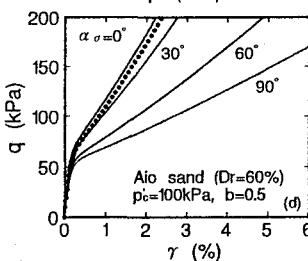
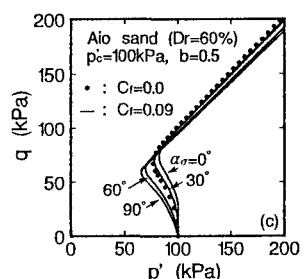


図3 主応力方向固定非排水せん断試験の実験結果と予測結果の比較



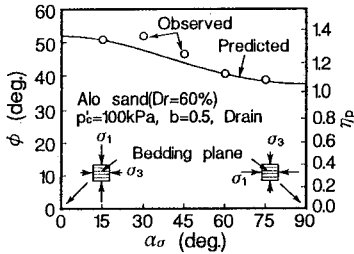
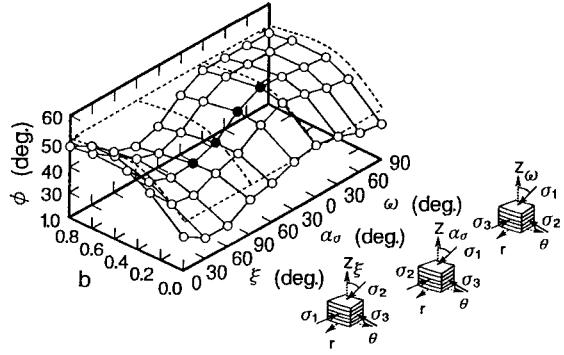


図4 せん断強度と主応力方向角の関係


 図5 予測結果の破壊時の ϕ と中間主応力, 主応力方向角の関係

$$\eta_p^*(\theta^*) = \eta_{pc}^* \frac{A}{\{A^2 \cos^2(1.5\theta^*) + \sin^2(1.5\theta^*)\}^{0.5}} \quad (5)$$

ここで、 f 中の p_0 は硬化の程度を表すパラメータであり、 N は(3)式の $M(\theta)$ を $N(\theta)$ に、 M_c を $N_c(\theta=0^\circ)$ の時の N の値)に置き換えた形で表現している。また、 η_p^* 中の η_{pc}^* は $\eta_{pc}-\alpha$ で表され、 η_{pc} は $\theta=0^\circ$ の時の最大の η である。図1は、 π 面上での破壊曲面の一例を示したもので、比較のために強度異方性を考慮しない場合の破壊曲面も示している。 α_{ij} の評価は、図1に示すような $r-\theta$ 面に対して等方で、 $z-\theta$ 、 $z-r$ 面に対して直交異方性を示す砂供試体を対象として行っている¹⁾。表1は、本構成式で用いられる応力とひずみ増分パラメータをまとめて示したものである。なお、構成関係、フローベクトルや硬化係数の誘導については文献1)に詳細に示している。

3. 構成式の有用性

表2は空中落下法により作成された秋穂砂($Dr=60\%$)の材料定数を一覧にしたものである。予測に必要な材料定数は8つであり、定数 C_f 以外は通常の三軸圧縮試験から簡単に決定できる²⁾。構造的な異方性を評価する定数 C_f は、平均有効主応力 $p'=100\text{kPa}$ 一定、中間主応力係数 $b=0.5$ 一定かつ σ_r が常に中間主応力 σ_2 となる条件の基での主応力方向一定排水せん断試験から得られる破壊点を利用して求めることが可能である¹⁾。

等方圧密試験への適用—図2は、等方圧密試験の実験結果(○)と g に修正応力を導入した予測結果(実線)と導入してない予測結果(●)を示したものである。図は $p'-\varepsilon_v$ 、 $p'-\gamma$ 関係を示しているが、 g に修正応力を導入することで等方圧密時のせん断変形を評価できることがわかる。

主応力方向固定非排水せん断試験への適用—図3は、平均主応力 $p=100\text{kPa}$ 一定、 $b=0.5$ 一定、かつ σ_r が常に σ_2 となる条件の基での主応力方向一定非排水せん断試験³⁾の実験結果と予測結果を示したものである。図(a), (b)は実験から、図(c), (d)は予測から得

られた有効応力径路と $q-\gamma$ 関係を示している。図(c), (d)には、 $C_f=0.0$ の等方硬化を仮定した結果(●)と $C_f=0.09$ の結果(実線)が示されている。この図から、 $C_f=0.0$ の場合の予測値は、 $p'-q$ や $q-\gamma$ 関係の主応力方向角 α_σ 依存性を表現できないが、 $C_f=0.09$ の予測値は、 $p'-q$ 関係の α_σ の増加に伴う変相時の p' や q の減少や最終的な q/p' の減少、 $q-\gamma$ 関係の α_σ の増加に伴ってせん断ひずみの生じ方が増加する点をうまく表している。

強度特性の適用—図4は、定数 C_f の評価に用いた主応力方向一定排水せん断試験から得られた破壊時の内部摩擦角 $\phi-\alpha_\sigma$ 関係の予測値(実線)と実測値(○)を示したものである。予測値は、 α_σ の増加に従ってせん断強度が低下していく様子をうまく捉えている。図5は、Lam and Tatsuoka⁴⁾の示した実験結果を想定して、 σ_r が最大、中間、最小主応力となる条件の基で、 b や主応力方向を種々変化させた時の破壊時の ϕ を予測したものである。図中の●は、図4で言及した応力状態における予測値を示している。また、図中の点線は、 σ_2 依存性のみを考慮した場合の予測値を示している。予測値は、傾向としてLamらの示した実験結果をうまく表しているといえる。加えて、予測値は、 ϕ の値で 52° から 28° の値を与えており、強度特性に及ぼす σ_2 依存性や構造的な異方性を考慮する重要性を示唆している。

4. まとめ

本報では、著者らの示す構成式の有用性を等方圧密試験や主応力方向固定非排水せん断試験の予測を行うことにより確認した。また、本構成式を通して、 σ_2 の影響や構造的な異方性の影響を考える重要性を示した。

<参考文献>

- 1) 安福・中田ら(1993): 粒状体力学シンポジウム
- 2) 安福(1990): 九州大学学位申請論文。
- 3) 中田・安福ら(1994): 第29回土質工学研究発表会講演概要集
- 4) Lam, W.K. and Tatsuoka, F.(1988): "Effects of initial anisotropic fabric and σ_2 on strength and deformation characteristics of sand," S&F, Vol. 28, No. 1, pp. 89-106.