

III-189

楕円微細構造に着目した粒状体の非線形解析

北海道大学大学院 学生員 ○ 前田 健一

北海道大学工学部 正 員 三浦 均也

北海道大学工学部 正 員 土岐 祥介

1. ま え が き 著者らは、粒状体の構成モデル展開にあたり、複数の粒子が形成する楕円形状の構造単位「楕円微細構造体」に着目した。既報^{1)~6)}では、二次元条件下で、構造体の破壊条件や変形特性について検討した。変形解析では粒子回転を考慮するためにコッセラ弾性則を適用した。その結果、構造体の変形において粒子回転は重要な役割を担っていることが明らかになった。また、構造体自体が粒状体の特徴的力学特性である変形の異方性やダイレイタンシー、非共軸性を有することが分かった。本報告では、Self-consistent modelを援用し粒状体の巨視的変形係数を算定することで、応力ひずみの非線形性の表現を試みている。

2. 楕円構造体に着目した粒状体の非線形解析方法 本節では、粒状体が楕円構造体の集合体と考えた際の巨視的剛性の算定方法、それに基づく粒状体の変形解析の方法を示す。

[1] 楕円構造体の変形係数の算定 図1は構造体の弾性コンプライアンス s とその偏平さを表す κe との関係を示している(既報⁶⁾に詳しい)。 κn は粒子接触面垂直方向のバネ定数で、添え字の m, p, s は等方圧縮、純粋、単純せん断モードに対応する。構造体の構成関係は粒子寸法 d と楕円短対称軸 b といった長さの次元をもったパラメータ、つまり特性長を有する。偏平な構造体は異方性および非共軸性を示す。

[2] 均質化操作 図2(a)のように粒状体が、種々の楕円構造体 $(C^{(r)})_{ijkl}$, $r=0, 1, 2, \dots, n$ が集合した不均質材料と考える。そこで、等価介

在物法⁷⁾により全体を巨視的剛性 $\bar{C}_{ijkl}$ を有する均質な材料系に置き換える(図2(b))。図2(a)のように無限遠から応力、ひずみ $(\sigma^0, \varepsilon^0)$ を受けると、不均質であることから粒状体内に発生する応力、ひずみにゆらぎ成分 σ, ε が生じる。構造体が占める楕円領域 $\Omega_{(r)}$ に生じる応力は式(1)のようになる。一方、均質化された粒状体内(図2(b))で $\varepsilon^0_{;ij}$ によって発生する応力 $\sigma^0_{;ij}$ 、領域 $\Omega_{(r)}$ 内で発生する応力は、それぞれ式(2)、式(3a)で表される。ただし、式(3)中の $\varepsilon^*_{;ij}$ は、式(1)と式(3a)が等しくなるために導入したもので、均質化に伴う非整合成分に相当する('eigenstrain')。ただし、本解析では $\Omega_{(r)}$ 内で $\varepsilon^*_{;ij}$ は一様とする。式(1)、式(3a)とEshelby's tensor S_{ijkl} を用いるとひずみ量 $\varepsilon, \varepsilon^*$ は ε^0 で表される(式(5))。但し、 S_{ijkl} は $\bar{C}_{ijkl}$ と楕円の形状、向きによって決まる量である。

[3] 巨視的剛性の算定 巨視的剛性は、Self-consistent model⁷⁾ を用いることで算出する。全領域で平均化されたひずみ $\bar{\varepsilon}$ (式(6))、応力 $\bar{\sigma}$ (式(7))、剛性 $\bar{C}_{ijkl}$ は式(8)の関係を満たさなければならない。ここで、 $c_{(r)}$ は楕円領域 $\Omega_{(r)}$ の面積占有割合であり、 $\Omega_{(0)}$ 部分は構造体で満たされていない領域を意味し

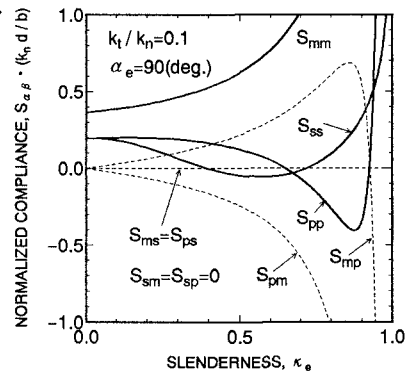


Fig.1 構造体のコンプライアンスの形状による変化

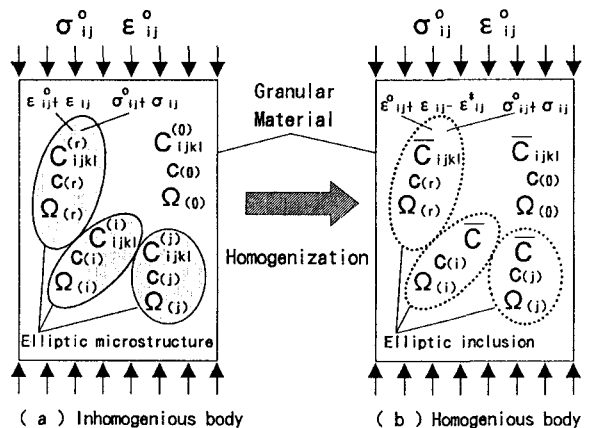


Fig.2(a-b) 均質化の説明図

$$\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} = C_{ijkl}^{(r)} (\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl}) \quad \text{in } \Omega^{(r)} \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}^o = \bar{C}_{ijkl} \epsilon_{kl}^o \quad (2)$$

$$\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} = \bar{C}_{ijkl} (\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) \quad \text{in } \Omega^{(r)} \quad (3a)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} = C_{ijkl} (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) \quad (3b)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) = e_{ij} + \epsilon_{ij}^* \quad (e_{ij}; \text{elastic strain}) \quad (3c)$$

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \quad (S_{ijkl}; \text{Elsheby's tensor}) \quad (4)$$

$$\epsilon_{ij}^o + \epsilon = \left\{ \delta_{im} \delta_{jn} + S_{ijkl} L_{klpq} (\bar{C}_{pqmn} - C_{pqmn}) \right\} \epsilon_{mn}^o = T_{ijmn} \epsilon_{mn}^o \quad (5)$$

$$L_{ijkl}^{-1} = \left\{ \bar{C}_{ijkl} + (C_{ijmn}^{(r)} - \bar{C}_{ijmn}) S_{mnkl} \right\}$$

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \int_D (\epsilon_{ij}^o + \epsilon_{ij}) dD = \sum_{r=1}^n c_{(r)} T_{ijkl} \bar{\epsilon}_{kl} + c_{(0)} \epsilon_{ij}^{(0)} \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \int_D (\sigma_{ij}^o + \sigma_{ij}) dD = \sum_{r=1}^n c_{(r)} C_{ijkl}^{(r)} T_{klmn} \bar{\epsilon}_{mn} + c_{(0)} C_{ijkl}^{(0)} \epsilon_{kl}^{(0)} \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{C}_{ijkl} \bar{\epsilon}_{kl} \quad (8)$$

$$\bar{C}_{ijkl} = C_{ijkl}^{(0)} + \sum_{r=1}^n c_{(r)} (C_{ijmn}^{(r)} - C_{ijmn}^{(0)}) T_{mnkl} \Rightarrow \sum_{r=1}^n c_{(r)} C_{ijmn}^{(r)} T_{mnkl} \quad (9)$$

ているが、本報告では全ての領域が楕円構造体で占められている

とする。したがって、式(6)、(7)、(8)から巨視的（平均化された）Fig. 4 せん断時の巨視的応力・ひずみ関係 剛性は、式(9)を満たすような $\bar{C}_{ijkl}$ を求めればよいことになる。この方法では、均質化操作における ϵ 、 ϵ^* 算定（ σ 、 σ^* 算定）の際に $\bar{C}_{ijkl}$ 値を用いることで構造体間の相互作用は考慮されていることになる。

[4] 構造体の変形解析および安定（破壊）判定 巨視的応力 $\Delta \sigma_{ij}^o$ または変形 $\Delta \epsilon_{ij}^o$ を受けた場合には、上記のように求められた巨視的剛性を用いることによって粒状体の応答を求めることができる。一方、巨視的変形を受けた際、各構造体はその形状、向き、自身の剛性と巨視的剛性相互の関係から、式(1)もしくは式(3a)で算出される応力増分を分担することで、各構造体に変形し新しい構造体が発生することになる。また、粒子接点間に動員される摩擦角が粒子間抵抗摩擦角 ϕ を越えた場合、その構造体はすべり破壊、消滅し変形が助長されると考えられる。したがって、新たに形成された楕円構造体の集合体について、[3] で述べたように再び巨視的剛性を算定する。これを繰り返すことで、応力ひずみ関係を求めることができる。

3. 解析結果 等方圧縮とせん断時の応力ひずみ関係の非線形性解析の結果を示したのが図3、4で、図中には全構造体で平均したファブリック・テンソルの主値 $F_1^{(0)}$ の変化も示している。初期構造配置は、図3では初期 $F_1 = 0.672$ で異方、図4では $F_1 = 0.492$ と粒子接触面方向がほぼ等方的になるように配置した。等方応力下（図3）であっても局所的にはせん断力が発生し消滅する構造がみられた。これから、楕円構造体に注目することで圧縮変形とせん断変形の統一的表现が可能であるといえる。また、図4 で分かるように、変形の進行に伴い F_1 の値が最大主応力方向（ σ_{yy} 方向）に増加し、異方性が誘導されることが表現できた。

4. あとがき 楕円構造体に着目することで、粒状体の巨視的変形係数をself-consistent model を用いることで求め、応力ひずみの非線形解析を行った。その結果、巨視的変形に伴い内部構造が変化するという幾何学的非線形性によって粒状材料の応力ひずみ関係の非線形性が生じることを表現することができた。

【参考文献】1) 前田・三浦(1992):第27回土質工学発表会, pp. 627-630、2) 前田・三浦(1992):土木学会第47回年次学術講演会, pp. 366-367、3) 前田・三浦・土岐(1993):第28回土質工学発表会, pp. 527-530、4) 前田・三浦・土岐(1993):土木学会第48回年次学術講演会, pp. 856-857、5) 前田・三浦・土岐(1993):粒状体の力学シンポジウム, pp. 1-5、6) 前田・三浦・土岐(1994):第29回土質工学発表会、[掲載予定]、7) Mura, T.: Micromechanics of Defects in Solids, KULWER Academic Publishers, 1982

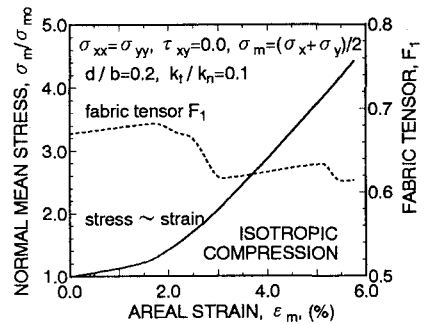


Fig. 3 等方応力下における巨視的変形

