

III-187

粒子滑動予測法による粒状体の応力～ひずみ関係の推定

（株）大林組技術研究所 正会員 山本 修一
名古屋工業大学 正会員 松岡 元

1. はじめに

筆者らは、粒状体のせん断機構の微視的メカニズムの考察に基づいて、マクロ量である応力やひずみと、ミクロ量である平均粒子接点角や粒子接点角の変化量との関係を明らかにしている^{1),2)}。本報告では、それらの関係に基づいて、初期（等方応力時）の粒子配置からせん断時の応力～ひずみ関係を予測することを試みる。

2. 粒状体のせん断時のマクロ量とミクロ量の関係

マクロ量であるモーバイズド面上のせん断・垂直応力比（ τ/σ_N ）と垂直・せん断ひずみ増分比（ $-d\varepsilon_N^*/d\gamma^*$ ）は、ミクロ量である平均粒子接点角 $\bar{\theta}_s$ およびモーバイズされる粒子間摩擦角の平均値 $\bar{\phi}_{\mu mo}$ （図-1参照）により、次式で表される¹⁾。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan(\bar{\theta}_s + \bar{\phi}_{\mu mo}) \quad (1)$$

$$-\frac{d\varepsilon_N^*}{d\gamma^*} = \tan \bar{\theta}_s \quad (2)$$

ここに、

$$d\varepsilon_N^* = d\varepsilon_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) + d\varepsilon_3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \quad (3)$$

$$d\gamma^* = d\varepsilon_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) - d\varepsilon_3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \quad (4)$$

なお、 $\bar{\theta}_s$ は主要な構造骨格（skeleton）を成すと考えられる粒子間力が平均粒子間力以上の力を伝達する接点（ $f > \bar{f}$ の接点）を対象とした平均粒子接点角である。式(1),(2)よりミクロ量 $\bar{\theta}_s$ がマクロ量のせん断抵抗やダイレタンシー特性を支配するのがわかる。

モーバイズド面上の任意の接点角 θ を成す粒子接点の接点角の変化量（滑動量） $\xi(\theta)$ はマクロ量であるモーバイズド面上のせん断ひずみ γ とモーバイズされる内部摩擦角 ϕ_{mo} により、次式で表される²⁾。

$$\xi(\theta) = \gamma \frac{\cos \phi_{mo} \cos(2\theta - \phi_{mo})}{1 + \sin \phi_{mo} \sin(2\theta - \phi_{mo})} \quad (5)$$

図-2に、式(5)で表される滑動量 $\xi(\theta)$ の分布をグラフで示すとともに、グラフ下部に、粒子接点角 θ に応じてどの方向にどれだけ滑動するか（ベクトルで示す）をグラフ横軸の接点角 θ と対応させて模式的に示す。式(5)および図-2は、滑動量 $\xi(\theta)$ が、粒子接平面に作用するマクロなせん断・垂直応力比に比例すること、モーバイズド面に平行な粒子接平面の接点（ $\theta=0$ の接点）の滑動量 $\xi(0)$ はモーバイズド面のせん断ひずみ γ と等しいことを意味している。式(5)を増分形で表せば、

$$\Delta \xi(\theta) = \Delta \gamma \frac{\cos \phi_{mo} \cos(2\theta - \phi_{mo})}{1 + \sin \phi_{mo} \sin(2\theta - \phi_{mo})} \quad (6)$$

3. 粒子滑動予測法によるせん断ひずみ γ ～平均粒子接点角 $\bar{\theta}$ 関係

2次元粒状体の初期（等方応力時）の粒子配置が与えられたとき、式(6)に基づき実際に粒子を滑動させることによって、せん断時に刻々変化する平均粒子接点角 $\bar{\theta}$ を予測すること（粒子滑動予測法と呼ぶ）を試みる。初期粒子配置として、DEMによる2種径アルミ丸棒積層体（ $\phi 5\text{mm}, 9\text{mm}$ 、混合重量比3:2、粒子間摩擦角

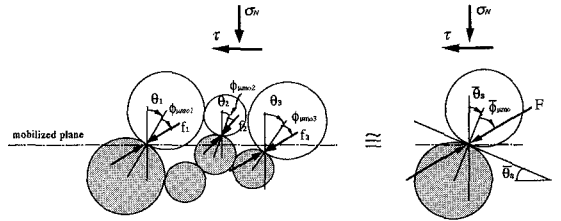


図-1 モーバイズド面上の平均粒子接点角 $\bar{\theta}_s$ とモーバイズされる粒子間摩擦角の平均値 $\bar{\phi}_{\mu mo}$

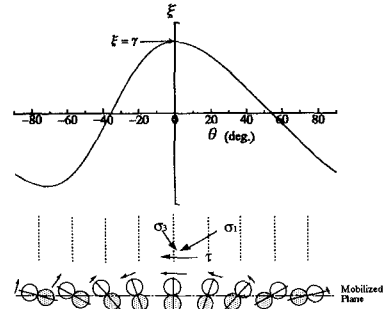


図-2 モーバイズド面上の粒子接点の滑動量の分布

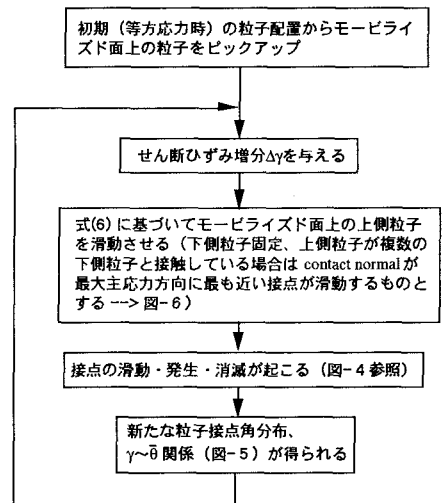


図-3 粒子滑動予測法の概略フロー

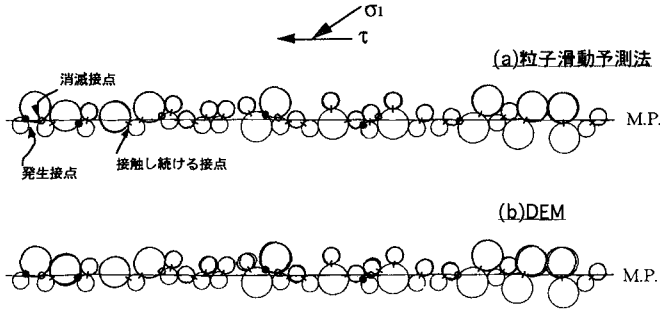


図-4 モーブリイズド面上の粒子接点の滑動・発生・消滅 ($\gamma=4.8\%$ 時) :
(a)粒子滑動予測法と(b)DEMの比較

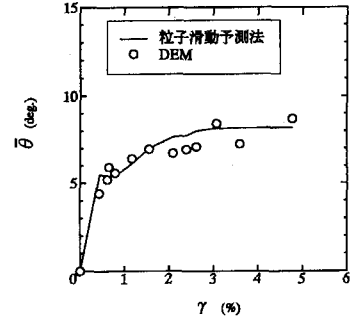


図-5 $\gamma \sim \bar{\theta}$ 関係の粒子滑動予測法（実線）とDEM（プロット）の比較

$\phi_p=16^\circ$) の二軸圧縮試験シミュレーション¹⁾での初期粒子配置を用いることによって、DEM解析で得られた $\bar{\theta}$ の変化と比較する。

図-3に粒子滑動予測法の概略フローを示す。モーブリイズド面はせん断とともに最大主応力面との成す角が $45^\circ \rightarrow 55^\circ$ 程度変化するが、ここでは簡単のためモーブリイズド面を 50° 面に固定して考えている(式(6)において $\phi_{mo}=10^\circ$)。

粒子滑動予測法によるモーブリイズド面上の接点の滑動・発生・消滅の様子をDEM解析結果と比較して、図-4に示す。また、粒子滑動予測法によって得られたモーブリイズド面上のせん断ひずみ γ と平均粒子接点角 $\bar{\theta}$ の関係（実線）をDEM解析で得られた実際の $\gamma \sim \bar{\theta}$ 関係（プロット）と比較して図-5に示す。図-4、5から、粒子滑動予測法とDEM解析結果とがよく対応していることがわかる。すなわち、粒子滑動予測法はせん断中の粒子接点の滑動・発生・消滅の主要なメカニズム（図-6で表される）を正當に評価しているといえる。そして、粒子滑動予測法により、粒子接点の滑動・発生・消滅の結果としての平均粒子接点角 $\bar{\theta}$ の変化（粒子構造の変化）を予測することができる。

4. 粒子滑動予測法による応力～ひずみ関係

図-7に、前記のDEM解析結果から得られた、モーブリイズド面上の全ての接点の平均接点角 $\bar{\theta}$ と主要な構造骨格（skeleton）を成すと考えられる接点（ $f > \bar{f}$ の接点）の平均粒子接点角 $\bar{\theta}_s$ の関係を示す。図より、 $\bar{\theta}_s$ と $\bar{\theta}$ が比例関係にあり、本解析の場合、 $\bar{\theta}_s=2.2\bar{\theta}$ が成立するのがわかる。この関係は同じ粒度分布（ $\phi 5\text{mm}, 9\text{mm}$ 、混合重量比3:2）の場合には初期間隙比や粒子間摩擦が異なる場合にも成立することを確認している。そこで、 $\bar{\theta}_s=2.2\bar{\theta}$ の関係と粒子滑動予測法で得られた図-5の $\gamma \sim \bar{\theta}$ 関係（実線）および式(1)～式(4)により計算されるモーブリイズド面上の $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$ 関係（実線）をDEM解析結果（プロット）と比較して図-8に示す。ここに、式(1)の $\bar{\phi}_{\mu mo}$ はDEM解析結果から得られた値（ $\bar{\phi}_{\mu mo}=2^\circ$ ）¹⁾を用いた。粒子滑動予測法に基づいて推定した $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$ 関係が実際のDEM解析結果とよく対応することから、 $\bar{\phi}_{\mu mo}$ と $\bar{\theta}_s \sim \bar{\theta}$ 関係の比例係数が推定できるならば、初期粒子配置が与えられたとき粒子滑動予測法により応力～ひずみ関係を予測することができる。このことは、粒状体のせん断の主要なメカニズムが式(1)～(6)および図-6で表されることを意味している。

なお、初期間隙比や粒子間摩擦係数が異なる場合に対しても粒子滑動予測法の適用性を確認している。

参考文献

- 1) 松岡・山本：個別要素法による粒状体のせん断機構の微視的考察，土木学会論文集 No.487/III-26, pp.167-175, 1994.
- 2) 山本・松岡：DEMによる粒状体のせん断ひずみと粒子接点角の変化量の関係，第29回土質工学研究発表会，1994。（掲載予定）

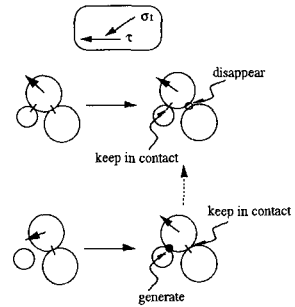


図-6 粒子接点の滑動・発生・消滅のメカニズム

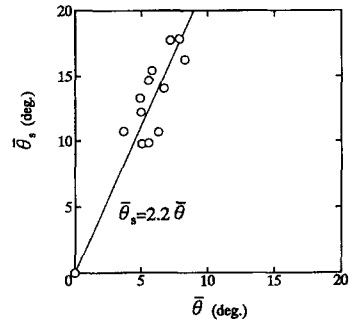


図-7 $\bar{\theta}_s \sim \bar{\theta}$ 関係

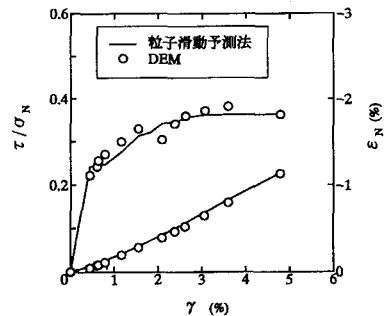


図-8 $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$ 関係の粒子滑動予測法（実線）とDEM（プロット）の比較