III-185　c, φ材料の破壊規準と構成式

名古屋工業大学　正会員　○ 松岡　元
〃　　　〃　　孫　徳安

金属材料（c材料）、粒状材料（φ材料）およびc，φ材料の変形・強度特性はそれぞれ正八面体面(oct面)、空間滑動面(SMP)および拡張SMPによって統一的に説明できる。一方、拡張SMPは、$\phi=0$, $\sigma_0\to\infty$ ($\sigma_0=c\cdot\cot\phi$) の時にはoct面となり、$c=0$, $\sigma_0=0$の時にはSMPとなる。これらの事実より、oct面に基づいた金属材料に適用されているミーゼス型の弾塑性論とSMPに基づいた粒状材料に適用されている弾塑性モデルを含む統一的な構成式の提案を試みる。

1．破壊規準

Table-1の上段に示すように、2次元応力状態での破壊規準として、金属材料に対してはトレスカ規準($\tau_f=c$)が、土のような粒状材料に対してはモール・クーロン規準($\tau_f=\sigma\cdot\tan\phi$)が、中間のc，φ材料に対しては一般化モール・クーロン規準($\tau_f=c+\sigma\cdot\tan\phi=(\sigma+\sigma_0)\tan\phi=\hat{\sigma}\cdot\tan\phi$; $\sigma_0=c\cdot\cot\phi$)がよく用いられる。容易にわかるように、一般化モール・クーロン規準はその両端にトレスカ規準($\phi=0$; $\sigma_0\to\infty$)とモール・クーロン規準($c=0$; $\sigma_0=0$)を含んでいる。一方、3次元応力状態での破壊規準としては、金属材料に対してはミーゼス規準($\tau_{oct}=$const.)が、土のような粒状材料に対してはSMP規準($\tau_{SMP}=\sigma_{SMP}\cdot\tan\phi_1$)[1]が、両者の中間のc, φ材料に対しては拡張SMP規準($\hat{\tau}_{SMP}=\hat{\sigma}_{SMP}\tan\phi_1=(\overline{\sigma}_{SMP}+\sigma_0)\tan\phi_1$)[2]が提案されている。なお、拡張SMP規準は$\sigma_0=0$の時にSMP規準に、$\sigma_0\to\infty$の時にミーゼス規準に一致することがわかっている[2]。

2．弾塑性構成式

弾塑性論では、全ひずみ増分は弾性ひずみ増分$d\varepsilon_{ij}^e$と塑性ひずみ増分$d\varepsilon_{ij}^p$の和で表される。さらに、塑性ひずみ増分はσ_{ij}^*空間で関連流動則を満足する塑性成分$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}$と等方な塑性圧縮成分$d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$に分けられるので、全ひずみ増分$d\varepsilon_{ij}$は次式で与えられる[3]。

$$d\varepsilon_{ij}=d\varepsilon_{ij}^e+d\varepsilon_{ij}^p=d\varepsilon_{ij}^e+d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}+d\varepsilon_{ij}^{p(IC)} \tag{1}$$

次に、上記の3項の決定方法について述べる。c, φ材料の弾性ひずみ増分$d\varepsilon_{ij}^e$をHookeの式より次式で与える。

$$d\varepsilon_{ij}^e=\frac{1}{2G}(d\sigma_{ij}-d\sigma_m\delta_{ij})+\frac{1}{3K}d\sigma_m\delta_{ij} \tag{2}$$

ここに、K, Gは体積弾性係数、せん断弾性係数である。等方圧縮時の塑性体積ひずみは、次式で表される。

$$\varepsilon_V^p=(C_t-C_e)\left\{\left(\frac{\sigma_m}{p_a}\right)^m-\left(\frac{\sigma_{m0}}{p_a}\right)^m\right\} \quad (p_a：大気圧) \tag{3}$$

ここに、σ_{m0}は初期平均有効主応力（$\varepsilon_v^p=0$時の平均有効主応力）である。C_t、C_e、mは等方圧縮特性を表すパラメータである。等方圧縮による塑性ひずみ増分$d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$は次式で与えられる。

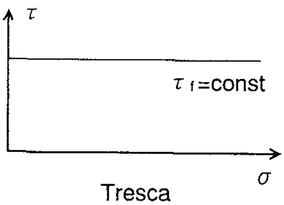
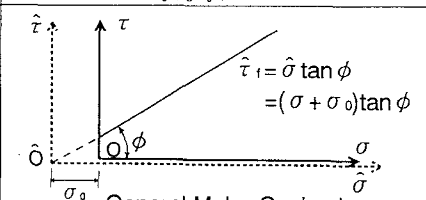
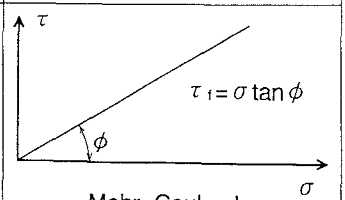
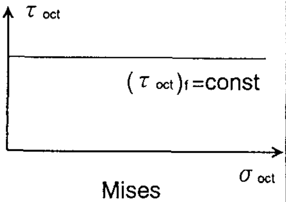
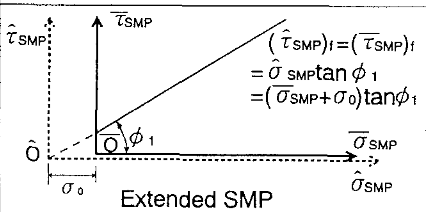
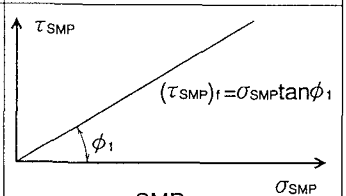
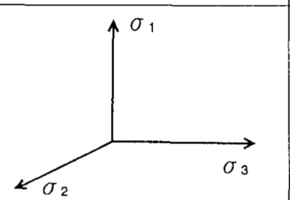
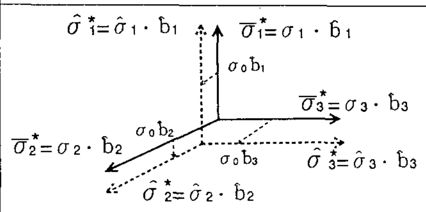
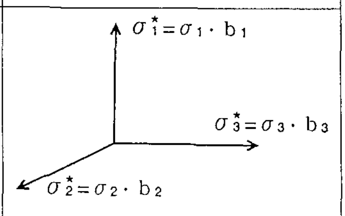
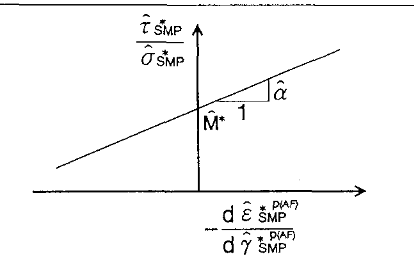
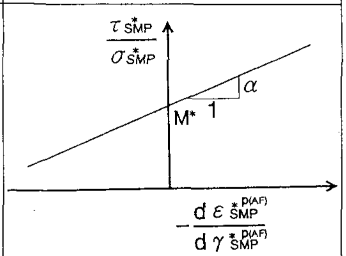
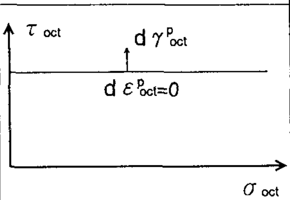
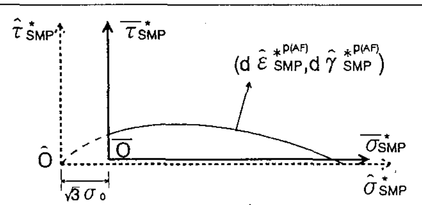
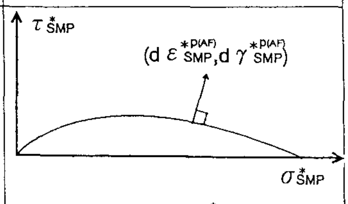
$$d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}=\frac{\delta_{ij}}{3}d\varepsilon_v^{p(IC)}=\frac{m(C_t-C_e)}{3p_a^m}\sigma_m^{m-1}\langle d\sigma_m\rangle\delta_{ij} \tag{4}$$

ここに、< >はMacauleyの括弧である。

弾性ひずみ増分$d\varepsilon_{ij}^e$の計算に対しては、金属材料、粒状材料およびc，φ材料とも式(2)を用いるが、弾性係数の値は異なっている。等方圧密による塑性ひずみ成分$d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$については、上述の3種の材料とも式(4)を適用できると考えられるが、金属材料の場合には$C_t=C_e$と考えれば、実測値($d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}=0$)と矛盾なく算出できる。$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}$の計算についてはTable-1に記すように統一的に表現する。

文献　1) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Proc. of JSCE, No.232, pp.59-70, 1974. 2) Matsuoka, H. et al : Soils and Foundations, Vol.30, No.2, pp.119-127, 1990. 3) Nakai, T. : Soils and Foundations, Vol.29, No.1, pp.119-137, 1989.

Table 1 A model for frictional and cohesive materials including granular materials and metals

		Metals($c>0, \phi=0$)	Frictional and Cohesive Materials($c>0, \phi>0$)	Granular Materials($c=0, \phi>0$)
σ_0		$\sigma_0 \to \infty$	$0<\sigma_0<\infty$	$\sigma_0=0$
Failure Criteria	2-D	 Tresca	 General Mohr-Coulomb	 Mohr-Coulomb
	3-D	 Mises	 Extended SMP	 SMP
Stress Tensor and Space		 σ_{ij}	 $\bar\sigma^*_{ij}=\sigma_{ik}\cdot\hat b_{kj}$	 $\sigma^*_{ij}=\sigma_{ik}\cdot b_{kj}$
Deformation(Plasticity)	Stress-dilatancy	$d\varepsilon^p_v=0$		
	Plastic Potential	 $f=g=\tau_{oct}-F(W^p)=0$	 $f=g=\ln\hat\sigma^*_{SMP}+\hat a\ln(1-\hat b\frac{\hat\tau^*_{SMP}}{\hat\sigma^*_{SMP}})-F(\bar W^{*p})=0$	 $f=g=\ln\sigma^*_{SMP}+a\ln(1-b\frac{\tau^*_{SMP}}{\sigma^*_{SMP}})-F(W^{*p})=0$
	H. P.	$W^p=\int\sigma_{ij}d\varepsilon^p_{ij}$	$\bar W^{*p}=\int\bar\sigma^*_{ij}d\varepsilon^p_{ij}$	$W^{*p}=\int\sigma^*_{ij}d\varepsilon^p_{ij}$
	Flow Rule	$d\varepsilon^{p(AF)}_{ij}=\Lambda\frac{\partial g}{\partial\sigma_{ij}}$	$d\varepsilon^{p(AF)}_{ij}=\Lambda\frac{\partial g}{\partial\bar\sigma^*_{ij}}$	$d\varepsilon^{p(AF)}_{ij}=\Lambda\frac{\partial g}{\partial\sigma^*_{ij}}$

Notes: 2-D=Two-dimensional; 3-D=Three-dimensional; H. P.=Hardening Parameter