

III-110

期待損失最小化基準に基づく掘削工事における最適排水量の設定法

清水建設（株） 大崎研究室 正会員 ○奥野哲夫
清水建設（株） 大崎研究室 正会員 鈴木誠

1. はじめに 掘削領域が広範囲で透水係数が場所により有意に変化する地盤では、地下水位低下を目的として各井戸の排水量を均等に設定することは必ずしも適切ではない。ここでは透水係数の空間分布が推定されたのち、統計的決定理論を用いた各井戸の最適排水量の設定法を提案する。提案する方法は、著者が示した透水係数の空間分布推定結果を利用し¹⁾、目的とする地下水低下で必要となる排水量の予測解析から排水代替案を設定し、各代替案の地下水位低下量の予測解析から統計的決定理論に基づき最適代替案を選定するものである。必要排水量と地下水位低下量の予測解析には拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムを用い、それぞれ予測値と予測誤差を評価する²⁾。なお、各排水井戸の配置は設定されているものとする。以下に仮想地盤モデルを用いてその概要を示す。

2. 必要排水量の予測解析と排水代替案の作成 図-1に示す仮想地盤モデルにおいて、掘削領域100m×100mを対象として周辺の8つの井戸で排水を行うことを想定する。ここでは排水を開始して33日後（約800時間後）に地表面から-10.0m（計画地下水位）まで地下水位を低下させることを目標とする。真値として図-2の透水係数の空間分布を有する地盤を想定し、拡張カルマンフィルタを用いてすでにこれらの透水係数の推定値と推定誤差が得られているものとする。その推定結果は参考文献2)に示す。

はじめに、計画地下水位を境界条件として必要排水量の予測解析を行う²⁾。その準備として、すでに得られている透水係数の推定値と地下水位、透水係数、流量の推定誤差共分散マトリクスを設定する³⁾。また、地下水位と流量の初期値はそれぞれ予測開始時の初期値0.0mと0.0l/minを設定する。以上の条件で33日後に所定の計画地下水位になるように境界条件を時間に関して線形に変化させ、必要排水量の予測解析を行う。その結果を図-3に示す。図にはNo.65とNo.87の節点の必要排水量の予測値と予測誤差（標準偏差： σ ）を経時変化として示している。必要排水量の予測値は約2ヶ月（約1500時間）後以降は定常状態に達しており、33日以降も計画地下水位を確保する目的から、十分定常状態に達した約105日（約2530時間）後の結果を排水代替案の作成に用いる。これを表-1に示す。

表-1には約105日後の必要排水量の予測値（平均値）と予測誤差（標準偏差）を示しており、節点No.65に次いでNo.76の予測値と予測誤差が大きくなっている。このため必要排水量の予測誤差が大きなこれら2箇所の排水量を変えて、複数の代替案を作成する。実際に代替案を作成するには、ポンプ容量なども考慮して予測値に近い値を設定する。ここでは排水量の組み合わせから表-2に示すa1～a6までの6つの代替案を作成する。a1～a3は節点No.65の排水量を予測値付近で変えた案である。a4～a6はa1～a3で設定した節点No.76の排水量 2.00×10^3 l/minを 2.50×10^3 l/minに増加させた案である。これらの代替案の中で予測値に最も近い案はa2である。

3. 地下水位低下量の予測解析と排水代替案の選定 地下水位低下量の予測計算では各代替案の排水量を境界条件として設定し、将来の地下水位を予測する²⁾。ここでの初期条件は排水量の予測解析と同様である。排水代替案a2とa5の地下水位低下量の予測解析結果を表-3に示す。この表は各代替案を用いた場合の排水開始33日後（約800時間後）の地下水位低下量の予測値と

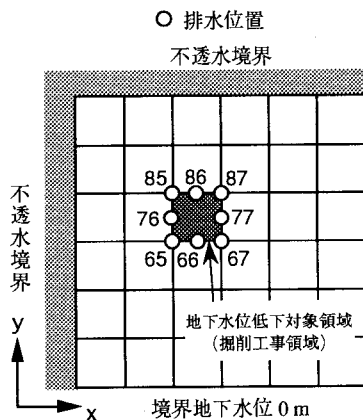
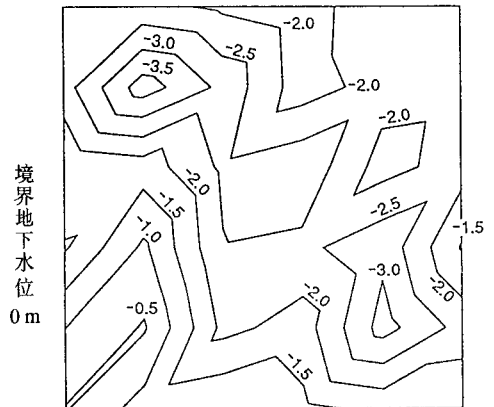


図-1 掘削工事における排水位置

図-2 真の透水係数の空間分布
(単位cm/sの透水係数の常用対数値の分布)

ベイズ論的決定法によると、自然状態 θ_j の母数空間 θ_j での分布関 $p_{\theta_j}(\theta_j)$ がわかっていて、行動 a による期待損失 $E[L(\theta_j, a)]$ は次式で与えられる。

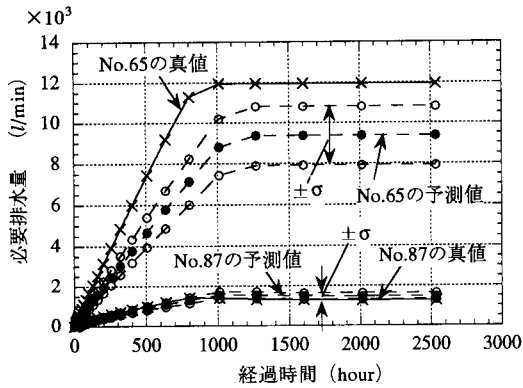


図-3 必要排水量の予測結果

表-1 各節点の必要排水量の予測結果 (2530時間後)

		(単位 × 10 ³ l/min)							
予測結果	節点	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
平均値		9.360	0.391	0.678	1.938	0.166	0.744	0.242	1.470
標準偏差		1.446	0.167	0.163	0.580	0.072	0.189	0.061	0.162

表-2 各代替案の排水流量

		(単位 × 10 ³ l/min)							
代替案	節点	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a1		11.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a2		9.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a3		8.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a4		11.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a5		9.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a6		8.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50

$$E[L(\theta_1, \dots, \theta_n; a)] = \int_{\theta_1} \dots \int_{\theta_n} L(\theta_1, \dots, \theta_n; a) p_{\theta}(\theta_1, \dots, \theta_n) d\theta_1, \dots, d\theta_n \quad (1)$$

ここで対象とする地下水問題では、 θ_j は要素 j の透水係数、 n は透水係数の数、 a は排水案に基づく排水である。透水係数と排水量が決定すれば地下水位は一意に決まり(2)式の関係が成立する。(2)式を利用して損失関数 $L(\theta_j, a)$ は実際の地下水位と計画地下水位の差により(3)式のように定義することが可能である。

$$h_i = h_i(\theta_1, \dots, \theta_n; a) \quad (2)$$

$$L(\theta_1, \dots, \theta_n; a) = L(h_1, \dots, h_m; h_i^*) = \sum_{i=1}^m w_i \cdot l_i(h_i; h_i^*) \quad (3)$$

ここで $i=1, \dots, m$ 、 m は管理する地下水位の数で、ここでは8箇所の井戸で管理するものとする。また、 h_i は地下水位、 h_i^* は計画地下水位であり、 w_i と l_i はそれぞれ位置 i の重みと損失関数である。(1)式に(3)式を代入すると地下水位を変数とした(4)式が得られる。上記の地下水位の平均値(予測値)と標準偏差(予測誤差)から等価な正規分布 $p_h(h_i)$ を仮定することで期待損失を求めることができる。ここでは(5)式に示す非対称な損失関数を設定し、簡単のため $C_1=3$ 、 $C_2=1$ 、 $w_i=1$ と仮定して各排水代替案の期待損失を求める。この場合の損失関数と確率密度関数の関係を図-4に示し、期待損失を表-4に示す。

$$E[L(\theta_1, \dots, \theta_n; a)] = \sum_{i=1}^m w_i \cdot \int_{h_i} l_i(h_i; h_i^*) \cdot p_h(h_i) dh_i \quad (4)$$

$$l_i(h_i; h_i^*) = \begin{cases} C_1(h_i - h_i^*), & h_i \geq h_i^* \\ -C_2(h_i - h_i^*), & h_i < h_i^* \end{cases} \quad (C_1, C_2 > 0) \quad (5)$$

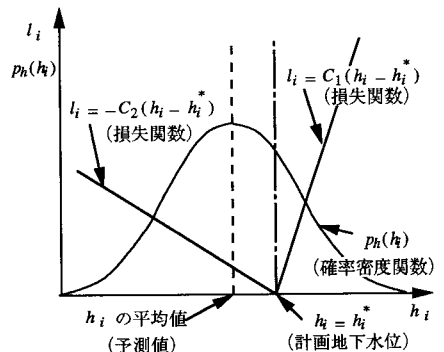


図-4 非対称な損失関数と確率密度関数の関係

表-4より、a5の期待損失が最小となり最適な排水計画案として採用される。ここで排水量の予測値に最も近いa2よりもa5の期待損失が最小になるのは、損失関数において計画地下水位で浅で掘削に及ぼす損失を大きく設定($C_1 > C_2$)したことによる。

4. おわりに ここでは透水係数の空間分布推定結果を用いた排水量と地下水位の予測解析に基づき、統計的決定理論による最適排水量の設定法を提案した。計画地下水位に対する損失関数として非対称な関数を設定することで、掘削に対する損失の違いを考慮することが可能である。参考文献 1) 奥野, 鈴木, 市川: 複数の揚水試験結果を用いた透水係数の空間分布推定と地下水流動の将来予測, 土木学会論文集, No.493/III-27, 1994. 2) 奥野, 鈴木: 拡張カルマンフィルタを用いた地下水流動の将来予測, 第29回土質工学研究発表会, 1994.

表-4 期待損失

代替案		a1	a2	a3	a4	a5	a6
期待損失							
各節点の期待損失	No.65	2.34	2.60	4.16	2.49	2.36	3.59
	No.66	1.74	1.42	1.64	1.94	1.43	1.49
	No.67	1.84	1.75	1.78	1.97	1.81	1.79
	No.76	1.68	1.90	2.60	2.25	1.72	1.81
	No.77	1.09	0.73	0.75	1.29	0.85	0.74
	No.85	1.45	1.72	2.16	1.86	1.58	1.65
	No.86	0.89	0.93	1.29	1.17	0.86	0.92
	No.87	0.81	0.84	0.94	0.89	0.80	0.82
期待損失の合計		11.84	11.90	15.32	13.86	11.40	12.81