II－437　沿岸海域の水平方向拡散係数の合理的評価法に関する研究

鹿島技術研究所　正員　田中昌宏

1．はじめに

沿岸海域の流れおよび拡散過程を詳細に解析するためには、海峡などで発生する大規模な渦から防波堤によって発生する渦まで幅広いスケールの乱流拡散を評価する必要がある。中辻ら[1]は従来LESで用いられてきたSmagorinskyモデル(以下Ｓモデル)を、渦動粘性係数評価に適用し、大阪湾の潮流解析を行っている。しかしＳモデルは、本来十分小さい計算メッシュを前提にしており、海域の計算に用いられる大きなメッシュに適用する理論的裏付けは十分明らかとなっていない。小松ら[2]は１次元、２次元解析について各段階での拡散および分散係数の評価法を検討し、工学の分野では幅広く用いられているk-εモデルの適用を検討している。

本研究では、まずＳモデルが実際に海域の拡散係数の評価に対してどの程度の一般性を持つかを２次元モデルによる数値実験によって示す。次に、Ｓモデルの海域適用についての理論的裏付けを考察し、合わせてk-εモデルとの関係についてもYoshizawa & Horiuti[3]（以下Y-H）の理論を引用して考察する。

2．数値実験

海域の拡散係数は図１に示すように多くの観測結果から、次式で示されるリチャードソンの4/3乗則に従うことが認められている。

$$D \propto \varepsilon^{1/3} l^{4/3} \qquad (1)$$

ここに、D；拡散係数、ε；逸散率、l；拡散の代表長さスケールである。そこで、Ｓモデルがこの関係を表現できるかどうか数値実験を行なった。

基礎方程式は２次元浅水流方程式であり、数値計算法は堀江[4]に従っている。

Ｓモデルでは渦動粘性係数ν_tは次式で表される。

$$\nu_t = (C_s\Delta)^2|S|,\ |S| = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2}$$
$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i}\right) \qquad (2)$$

ここに、C_s；定数、Δ；計算メッシュスケール、U_i；流速である。C_sの値は中辻らに従って0.12を用いた。

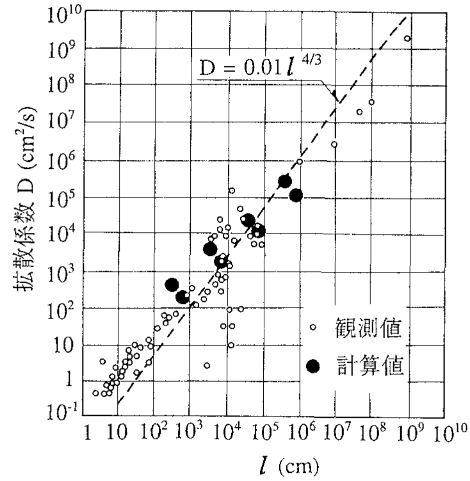

図１　リチャードソンの4/3乗則

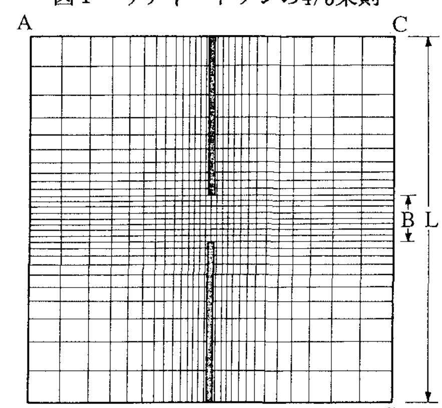

図２　計算領域およびメッシュ

数値実験は図２に示す矩形海域で行なった。これは海峡、湾口あるいは港口など流速が速くシアーも大きくなる領域を想定し、理想化したものである。場のスケールと拡散係数の対応関係のみを見るためには、定常計算が適当であるので、境界Ａ－Ａ’に一様に0.1m/sの流速を与え、境界Ｃ－Ｃ’では水位を一定として、場が定常に達するまで計算を行なった。開口幅Ｂ、計算領域Ｌ及び水深ｈは表１に示すように設定した。

図３にCASE-6の水平方向拡散係数のコンターを示す。大きなシアーが生じる開口部近傍で拡散係数が大きくなり、値はかなり幅を持っている。しかし、

表１　計算条件

CASE No.	開口幅 B(m)	領域幅 L(m)	水　深 h(m)	ν_tの最大値 (m^2/s)
CASE-1	4	64	5	0.055
CASE-2	8	64	5	0.025
CASE-3	40	640	5	0.46
CASE-4	80	640	5	0.20
CASE-5	400	6400	5	3.03
CASE-6	800	6400	5	1.08
CASE-7	4000	64000	50	30.2
CASE-8	8000	64000	50	11.3

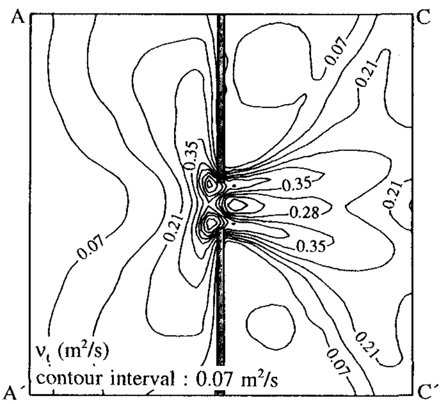

図３　渦動粘性係数ν_tの分布(CASE-6)

拡散係数の値が流れ場や物質の拡散に実質的に影響するのはシアーが大きくなる領域のみであるから、ここでは、拡散係数の最大値と場の長さスケール(開口幅)との関係を見てみる。

図１には、本計算結果がプロットされている。概ね従来の観測値と一致する結果となった。しかし、計算結果のみをみると長さスケールｌと拡散係数のベキ乗の関係は4/3より小さい。宇野木によれば、海域でのベキ乗の最適値は1.13であり、計算結果の傾向と一致する。

以上より、Ｓモデルは海域の拡散係数を評価できることが実験的に示された。

３．理論的考察

Y-Hは統計的理論からLESの１方程式モデルを導出し、Ｓモデルおよびk-εモデルとの関係を議論している。渦動粘性係数は次式で示される。

$$\nu_G = C_v \Delta K_G^{1/2} \qquad (3)$$

ここに、ν_G；渦動粘性係数、Δ；グリッド幅、C_v；係数(=0.043)、K_G；乱れエネルギーであり、K_Gはk-εモデルのｋの輸送方程式と同様な輸送方程式から求められる。K_Gの輸送方程式中の逸散率εはC_ε(=1.8)を係数として次式で示される。

$$\varepsilon = C_\varepsilon K_G^{3/2}/\Delta \qquad (4)$$

（４）式を用いて（３）式を書き換えると、

$$\nu_G = C_v C_\varepsilon K_G^2/\varepsilon = 0.079 K_G^2/\varepsilon \qquad (5)$$

となり、k-εモデルと同等となる。また、（２）式で示されるＳモデルはK_Gの輸送方程式の生産項と逸散項の釣り合いを仮定すると導かれる。以上はY-Hによって示されている。

一方、（４）式はLESのモデル理論のみならず、$\Delta=1$とすれば一般に認められている関係であるので、これを（１）式に代入すると、次式となる。

$$D \propto C_\varepsilon^{1/3}\, l\, k^{1/2} \qquad (6)$$

これは（３）式と同形であり、さらに中辻ら[1)]が辻の実測値として示している関係

$$D = C^{4/3}\varepsilon^{1/3} l^{4/3} \quad (C=0.12) \qquad (7)$$

を用いると（３）式の係数$C_v=C^{4/3}C_\varepsilon^{1/3}$=0.06となる。つまり、リチャードソンの4/3乗則はLES１方程式モデルと同等であり、さらにはk-εモデルと同等の関係であることがわかる。一方、ＳモデルはLES１方程式モデルの特別な場合として導かれるのであるからリチャードソンの4/3乗則も表現可能なのである。

以上でＳモデルがLESのみならず、海域の拡散係数評価にも適用可能である理論的背景が示された。

４．おわりに

Ｓモデルの最も優れた点は、極めて簡単なモデルであるにも拘わらず、精度良く拡散係数を評価できなによりも、数値計算上の安定性の良さであろう。

なお、今回は水平方向のみの拡散に着目するため浅水流モデルを用いて検討を行なった。浅水流方程式を用いた場合には、実際は分散効果を考慮する必要がある。

［参考文献］

1)中辻ら：水工学論文集,36巻,pp.693-696,1992.
2)小松ら：水工学論文集,37巻,pp.405-410,1993.
3)Yoshizawa,A.&Horiuti,K.:J.Phys.Soc.Jpn.,Vol 54,pp.2834-2839,1985.
4)堀江毅：港湾技研資料,No360,1980.