

九州産業大学 正員○加納正道
東 和 大学 正員 空閑幸雄
九州産業大学 正員 赤坂順三

1. まえがき 筆者らは[文献1]において、実海域の水理模型による潮流解析及び従来の差分法による解の比較検討を行なった。[文献2]においては、潮流の基礎式と同様な性質をもつバーガーズ方程式の重み付差分法による解析結果が、厳密解である衝撃波の式と比較してほぼ数%以内の精度で求められることを報告した。本報では複雑な境界を有する実海域の流れ解析へ重み付差分法(WFDM)を応用する目的で、図1に示すような先端部に曲線をもつ開水路領域の潮流解析を検討する。

2. 解析方法 基礎式に前報[文献2]同様、浅海流方程式及び連続の式を用いる。そこでは、 $M=U(H+\zeta)$, $N=V(H+\zeta)$ は各々 x, y 方向の線流量、 U, V は x, y 方向の平均流速、 ζ は水面の平均水面(H)からの高さ、 g は重力の加速度、 γ_b は水底における摩擦係数であり、コリオリ力は無視している。

$$\frac{M}{H+\zeta} = m, \quad \frac{N}{H+\zeta} = n \quad (1), \quad \frac{\gamma_b^2}{(H+\zeta)^2} M \sqrt{M^2 + N^2} = G \quad (2), \quad -g(H+\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} = F_L \quad (3)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + m \frac{\partial M}{\partial x} + n \frac{\partial M}{\partial y} - \epsilon \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \epsilon \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) + G = F_L \quad (4)$$

次に、重み付差分法で M に関する運動方程式を解析する方法について述べよう。この式の左辺第2項、第3項および右辺第2項は求めようとする M を含むが、前の時間の M を与える既知項として式(1), (2)とおく。右辺第1項は求めようとする M を含まず、 M とは独立に求められる非同次項であるから式(3)とおき、差分等で場所と時間毎に与えることにすると M に関する運動方程式は式(4)と書き直すことができ、これは非同次方程式である。式(4)を重み付差分法で解くためにまず、右辺を0として得られる同次方程式を図2に示す差分モデルにおいて重み $a_1 \sim a_5$ を求める。このためには、同次方程式を満足する多項式(6)において $r=0 \sim 4$ において得られる M の値を重み付差分式(5)に代入して得られた連立方程式を解けばよい。次に、式(4)を満たすように、図2に示す10点10種類の差分モデルを考えると、非同次型重み付差分式(7)を得る。原点を考える点に移し、式(4)を満たす F_L と M_L の組み合わせた多項式(8)において、 $L=2 \sim 6$ において得られる M, F の値と同次方程式を満たすように求めた $a_1 \sim a_5$ の値を、式(7)に代入した連立方程

$$M(i, j, \ell) = a_1 \cdot M(i-1, j+1, \ell) + a_2 \cdot M(i+1, j-1, \ell) + a_3 \cdot M(i, j, \ell-2) + a_4 \cdot M(i-1, j, \ell-2) + a_5 \cdot M(i, j-1, \ell-2) \quad (5)$$

$$M^{(r)}(x, y, t) = \sum_{i=0}^{r/2} \left\{ \frac{(x-mt+y-nt)^{r-2i}}{(r-2i)!} \cdot \frac{(2\epsilon t)^i}{i!} \right\} + Gt \quad (6)$$

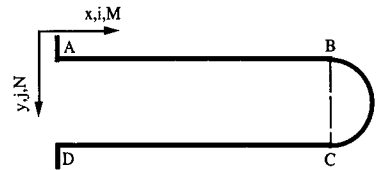
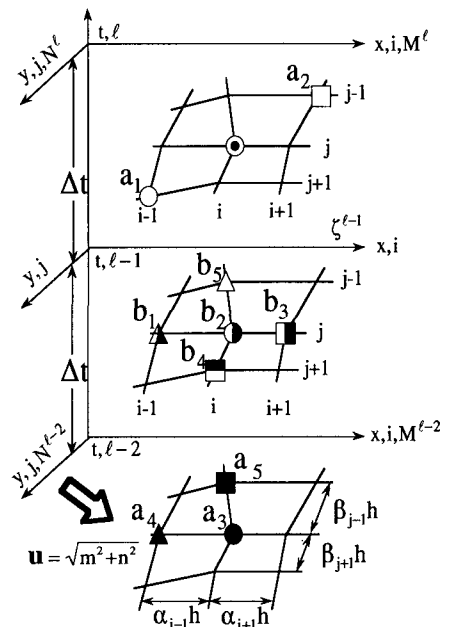


図1 解析対象領域



●: 求める点、○、□: 未知点

●, ▲, ■, △, ○, ■, □, △: 既知点

図2 潮汐解析重み付差分モデル

$$M(i, j, \ell) = a_1 \cdot M(i-1, j+1, \ell) + \dots + a_5 \cdot M(i, j-1, \ell-2) \\ + b_1 \cdot F(i-1, j, \ell-1) + b_2 \cdot F(i, j, \ell-1) + b_3 \cdot F(i+1, j, \ell-1) + b_4 \cdot F(i, j+1, \ell-1) + b_5 \cdot F(i, j-1, \ell-1) \quad (7)$$

$$F_L = \sum_{i=0}^{L/2} \left\{ \frac{(x - mt + y - nt)^{L-2-2i}}{(L-2-2i)!} \cdot \frac{(\varepsilon t)^i}{i!} \right\}; \quad M_L = -\frac{1}{\varepsilon} \sum_{i=0}^{L/2} \left\{ \frac{(x - mt + y - nt)^{L-2i}}{(L-2i)!} \cdot \frac{(\varepsilon t)^i}{i!} \right\} - Gt \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma_3 & \Gamma_4 & \Gamma_5 \\ \Gamma_1^2 - E_n & \Gamma_2^2 - E_n & \Gamma_3^2 - E_n & \Gamma_4^2 - E_n & \Gamma_5^2 - E_n \\ \Gamma_1^3/3! & \Gamma_2^3/3! & \Gamma_3^3/3! & \Gamma_4^3/3! & \Gamma_5^3/3! \\ -\Gamma_1 \cdot E_n & -\Gamma_2 \cdot E_n & -\Gamma_3 \cdot E_n & -\Gamma_4 \cdot E_n & -\Gamma_5 \cdot E_n \\ \Gamma_1^4/4! + E_n^2/2 & \Gamma_2^4/4! + E_n^2/2 & \Gamma_3^4/4! + E_n^2/2 & \Gamma_4^4/4! + E_n^2/2 & \Gamma_5^4/4! + E_n^2/2 \\ -\Gamma_1^2 \cdot E_n/2 & -\Gamma_2^2 \cdot E_n/2 & -\Gamma_3^2 \cdot E_n/2 & -\Gamma_4^2 \cdot E_n/2 & -\Gamma_5^2 \cdot E_n/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} =$$

$$\frac{h^2}{\varepsilon} \begin{bmatrix} \Gamma_6^2/2 & \Gamma_7^2/2 & \Gamma_8^2/2 - (1+G)E_n & \Gamma_9^2/2 - (1+G)E_n & \Gamma_{10}^2/2 - (1+G)E_n \\ \Gamma_6^3/3! & \Gamma_7^3/3! & \Gamma_8^3/3! - (\Gamma_8 + G)E_n & \Gamma_9^3/3! - (\Gamma_9 + G)E_n & \Gamma_{10}^3/3! - (\Gamma_{10} + G)E_n \\ \Gamma_6^4/4! & \Gamma_7^4/4! & \Gamma_8^4/4! - \Gamma_8^2 \cdot E_n/2 + E_n^2/2 - GE_n & \Gamma_9^4/4! - \Gamma_9^2 \cdot E_n/2 + E_n^2/2 - GE_n & \Gamma_{10}^4/4! - \Gamma_{10}^2 \cdot E_n/2 + E_n^2/2 - GE_n \\ 3! \cdot \Gamma_6^5/5! & 3! \cdot \Gamma_7^5/5! & 3! \cdot \Gamma_8^5/5! - \Gamma_8^3 \cdot E_n + 3\Gamma_8 \cdot E_n^2 - GE_n & 3! \cdot \Gamma_9^5/5! - \Gamma_9^3 \cdot E_n + 3\Gamma_9 \cdot E_n^2 - GE_n & 3! \cdot \Gamma_{10}^5/5! - \Gamma_{10}^3 \cdot E_n + 3\Gamma_{10} \cdot E_n^2 - GE_n \\ \Gamma_6^6/6! & \Gamma_7^6/6! & \Gamma_8^6/6! - \Gamma_8^4 \cdot E_n/4! - GE_n + \Gamma_8^2 \cdot E_n^2/4 - E_n^3/3! & \Gamma_9^6/6! - \Gamma_9^4 \cdot E_n/4! - GE_n + \Gamma_9^2 \cdot E_n^2/4 - E_n^3/3! & \Gamma_{10}^6/6! - \Gamma_{10}^4 \cdot E_n/4! - GE_n + \Gamma_{10}^2 \cdot E_n^2/4 - E_n^3/3! \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここに、 $C_n = (m+n)\Delta t/h$, $E_n = \varepsilon \Delta t/h^2$, $\Gamma_1 = -\alpha_1 + C_n$, $\Gamma_2 = C_n$, $\Gamma_3 = \alpha_3 + C_n$, $\Gamma_4 = -\alpha_4 + \beta_4 + C_n$,
 $\Gamma_5 = -\alpha_5 - \beta_5 + C_n$, $\Gamma_6 = -\alpha_6 + \beta_6$, $\Gamma_7 = \alpha_7 - \beta_7$, $\Gamma_8 = 2C_n$, $\Gamma_9 = -\alpha_1 + 2C_n$, $\Gamma_{10} = -\alpha_5 - \beta_5 + 2C_n$
 $(\zeta_{i,j}^{\ell-1} - \zeta_{i,j}^{\ell-3})/2\Delta t = -(M_{i+1,j}^{\ell-2} - M_{i,j}^{\ell-2})/\Delta x - (N_{i,j+1}^{\ell-2} - N_{i,j}^{\ell-2})/\Delta y \quad (10)$

式(9)を解けば重み $b_1 \sim b_5$ が求まり、 M に関する運動方程式解析用のWFDMが定まる。連続の式は式(10)で示す従来の差分法で解く。非同次型重み付差分式(7)と連続の式用の差分式(10)においては、線流量 M , N は $\ell, \ell+2 \dots$ の時間ステップ毎に、水位 ζ は $\ell+1, \ell+3 \dots$ の時間ステップ毎に計算するということに、 M, N と ζ は交互の時間ステップで解析し、解が安定する工夫がなされている。

3.あとなぎ 以上述べた解析方法により、図1に示す長方形水路において境界ADにサインカーブで潮位を与えた実験を行ない、重み付差分法による解析結果と従来の差分法による解析[文献1]との比較及び実海域への重み付差分法の適用を考えている。

参考文献

- 1) 寺本、加納、赤坂、空閑：今津湾水理模型実験における潮流解析、平成5年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集
- 2) 空閑、加納、赤坂、寺本：多段階重み付差分法による潮流解析、平成4年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集