

## II-352 Semi-Implicit法による準3次元潮流計算法の適用性について

銆竹中工務店技術研究所 正会員 ○木村 玄 塩見 忠彦  
通産省中国工業技術研究所 正会員 宝田 盛康

### 1 はじめに

潮流の3次元流動構造を知ることは、密度場のある流れや海峡部での海水交換現象等を理解する上で重要である。数値計算はこのような場合有力な手段となりうる。しかし、潮流の計算においては解析対象時間が長時間に及ぶため、効率的な計算を行うためには計算タイムステップを出来るだけ大きくとる必要がある。

我々は、V. Casulli & R. T. Cheng (1992) の提案した semi-implicit法を用いたモデルに倣い潮流の準3次元プログラムを開発した。本報告では、当該モデルの計算タイムステップに対する安定性について検討する。

### 2. 基礎式

鉛直方向の運動方程式に静水圧近似を仮定し、基準となる水平面内にx、y座標、鉛直上方にz座標をとり、用いた基礎式を以下に示す。

x-方向運動方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f v \quad \dots \quad (1)$$

y-方向運動方程式：

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial v}{\partial z} \right) - f u \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{連続式：} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで、u、v、wはそれぞれ流速ベクトルのx、y、z方向成分、ηは基準水平面から測った自由水表面の変動量、μは水平面内の渦動粘性係数、νは鉛直方向の渦動粘性係数、fはコリオリ係数を示す。

V. Casulliらは、これらの基礎方程式を水面勾配項および鉛直拡散項を implicit、他の項を explicitな形で差分化した。ここで、explicitな項の差分式は各u、vの定義点に位置する粒子の計算タイムステップΔtだけ前の位置と各u、vの定義点との間で構成されている。Δtだけ前の粒子位置は、Δtを適当な分割数Nに等分し、現在時刻の流れ場を用いて粒子位置の流速を周囲の流速定義点から補間し、Δt/Nずつ逐次後方へ積分していくことで決定される。この手法による計算タイムステップの安定条件は次式となる。

$$\Delta t \leq \left[ 2\mu \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right]^{-1} \quad \dots \dots (4) \quad \text{かつ} \quad \frac{\Delta t}{N} \leq \min \left[ \frac{\Delta x}{|u_{\max}|}, \frac{\Delta y}{|v_{\max}|} \right] \quad \dots \dots (5)$$

ここで、④式は基礎式の差分化に対する条件、⑤式は粒子の後方積分に対する条件である。尚、変数配置はスタaggerメッシュを用いている。

### 3. 数値計算

3.1 計算条件；片側に入り口を持つ矩形湾内の流れを扱ったYanagi (1976) の実験を参考にして解析モデルを設定した。図-1に解析領域を示す。格子間隔は水平方向に50cm、層厚は5cmの2層とし、底面摩擦、コリオリ力は考慮していない。渦動粘性係数は水平方向にμ=2.0 (cm<sup>2</sup>/s)、鉛直方向にν=0.02 (cm<sup>2</sup>/s)とした。境界条件は左端で振幅0.5cm、周期360secの正弦波を与えている。

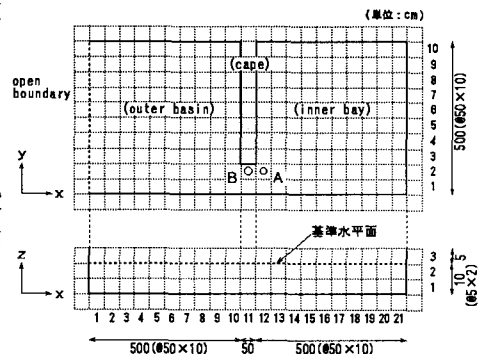


図-1 解析領域

従来法による潮流の数値計算では、

$$\Delta t \leq \frac{\alpha \Delta x}{\sqrt{g h_{\max}}} \quad , \quad (\alpha \sim 1 \sim 3) \quad \dots \dots \textcircled{6}$$

を基準に計算タイムステップを決めている。今回の解析モデルでは $\alpha=1$ として $\Delta t \leq 0.5 \text{sec}$ となり、1周期の計算ステップが非常に大きくなる。しかし、当該モデルの安定条件④式、⑤式からは、 $u_{\max}$ にYanagiの実験より推定される湾口部での最大流速  $4 \text{cm/s}$ を用いたとき、 $\Delta t \leq 312.5 \text{sec}$ 、 $\Delta t/N \leq 12.5 \text{sec}$ が得られ、従来法に較べ格段に計算ステップを節約できる。以上より、ここでは $N=10$ として、計算タイムステップが  $3 \text{sec}$ 、 $10 \text{sec}$ 、 $15 \text{sec}$ 、 $30 \text{sec}$ 、 $45 \text{sec}$ 、 $90 \text{sec}$ ( $=1/4$ 周期)の6ケースを設定し、各々20周期(実時間7200sec)まで計算した。

**3.2 計算結果；**図-2に湾口部(図-1中のA点)における残差流速値の経時変化を示す。 $\Delta t=90 \text{sec}$ のケースを除いて概ね14周期程度で安定している。図-3に1潮汐間の潮流の時間平均をとった残差流ベクトルを計算タイムステップが $3 \text{sec}$ 、 $15 \text{sec}$ 、 $45 \text{sec}$ のケースについて示す。いずれのケースについても残差流としての環流を捉えているとともに全体的な流況にほとんど差異はない。次に、湾口部(図-1中のB点)の19~20周期目における水位および潮流のx方向成分の周期変動を図-4、図-5にそれぞれ示す。図-4より、水位に関して各ケース間の位相差はみられず、変動量についてもほぼ同じ値をとっている。図-5より、流速に関して計算タイムステップが $90 \text{sec}$ のケースにおいては他のケースに較べ位相遅れが大きく、かつピーク値も小さい。しかし、計算タイムステップが $45 \text{sec}$ 以下の他のケースにおいては計算タイムステップが大きくなると位相が遅れる傾向にあるものの、全体的な変動状況、ピーク値に顕著な差はなく、計算タイムステップの変化に対し安定した計算が行われている。

#### 4. おわりに

今回の検討により V. Casulliらの提案したモデルは計算タイムステップに対する安定性が良好であることを確認した。今後、水位変動量、流速値等の定量的な評価を行うとともに、3次元流動構造が重要となる実海域を対象とした計算を実施していく予定である。

(参考文献) 1) V. Casulli & R. T. Cheng (1992): Semi-implicit finite difference methods for three-dimensional shallow water flow, Int. J. Num. Methods Fluids, Vol. 15, pp. 629-648. 2) Yanagi T. (1976): Fundamental study on the tidal residual circulation-I, J. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 32, pp. 199-208

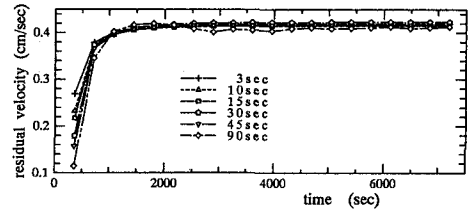


図-2 A点における残差流速値

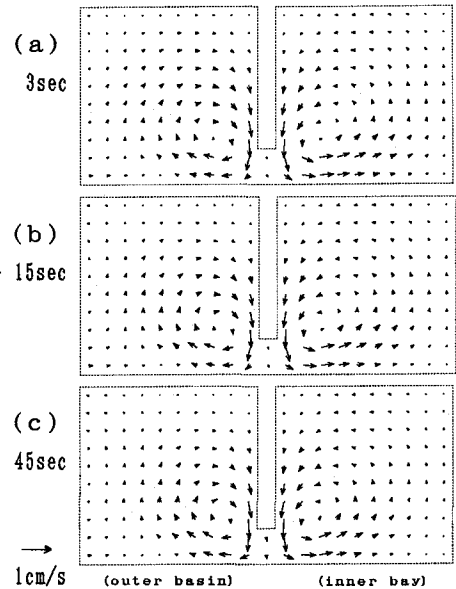


図-3 残差流ベクトル(表層; 20周期目)

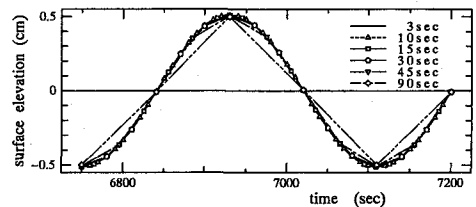


図-4 B点における水位変動量

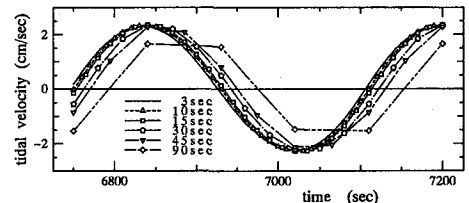


図-5 B点における潮流(u成分)