

II-298

粒子混入による直接的乱流変調機構のモデル化

大阪大学工学部 正員 玉井昌宏

大阪大学工学部 正員 村岡浩爾

1. 研究の目的

固体粒子混入による乱流変調機構には、平均流動の変化を介した間接的なものと直接的なものとに分類できると考えられる。Hinze¹⁾が指摘しているように乱流変調には様々なメカニズムが存在している。筆者らは直接的な乱流変調は粒子の流体との相対的な並進運動により生じる流動場、つまり粒子の後流あるいはその集合体と全体流動システムの乱流場との相互作用により説明できると考えている。こうした観点から、本研究では粒子沈降により生じる一様乱流場と振動格子乱流の相互作用について検討している。本文では、粒子流体の相対運動により生じる相間応力項のモデル化を行い、その項が振動格子乱流場に及ぼす影響について検討する。

2. 粒子/乱れの相互作用のモデル化と数値解法

本研究では対象とする流動場について、次のような仮定を設ける。1) 粒子は比較的大きいとして、流体運動には追従しないものとする。流体の乱流速度に関係なく、粒子は自由沈降速度により鉛直方向に落下する。2) 対象とする時間・空間スケールにおいては、粒子濃度は一様であるとする。3) 水平面内では各種乱流特性量は一様であるとする。レイノルズ応力モデルをベースとすると、これらの仮定により鉛直方向流速変動 u の乱れ強度 $\overline{u^2}$ の保存方程式と乱れエネルギー k 、その散逸率 ϵ の保存方程式は次のように誘導される。

$$-\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial t} - \frac{2}{3}\epsilon - C_{\phi 1} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u^2} - \frac{2}{3}k) + C_s \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\epsilon} 3\overline{u^2} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} \right) + P_{11} = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{\partial k}{\partial t} - \epsilon + C_s \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{k}{\epsilon} (\overline{u^2} \frac{\partial k}{\partial x} + \overline{u^2} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x}) \right\} + P = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\partial \epsilon}{\partial t} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + C_{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\epsilon} \overline{u^2} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + P_{\epsilon} = 0 \quad (3)$$

ここに、 P_{ii} は粒子/流体の相対速度により生じる i 方向流速の乱れ強度の生成項、 $P = (P_{11} + P_{22} + P_{33})/2$ である。 P_{ϵ} は相間相対速度により生じる乱れエネルギーの散逸を表している。各種係数はいわゆる標準値を用いる。

Parthasarathy et al.²⁾ (以下では P-F と記す。) は空間的に一様に沈降する粒子により生じる流動場の乱れ強度 u_{pi}^2 について次式のような関係にあることを示している。

$$\frac{U_p}{d_p} \overline{u_{pi}^2} = \alpha_i \left(\frac{\theta}{d_p} \right)^{2/3} \epsilon_p \quad (4)$$

ここに、 U_p : 粒子自由沈降速度、 d_p : 粒子径、 ϵ_p : 粒子のポテンシャルエネルギーの開放率³⁾であり乱れエネルギー散逸率に等しい。また、 $\theta = (\frac{1}{8} C_D d_p^2)^{1/2}$ 、 α_i : 係数である。彼らの対象とした流動場を基礎方程式により再現し、相間応力項の誘導を試みる。定常な一様乱流場では時間項、拡散項が省略できる。さらに

$$\epsilon = \epsilon_p \quad : \quad \overline{u_i^2} = \overline{u_{pi}^2} \quad : \quad k_p = (\overline{u_{p1}^2} + \overline{u_{p2}^2} + \overline{u_{p3}^2})/2 \quad (5)$$

のようにおけば、鉛直方向の乱れ強度の保存方程式における相間応力項は次式のようになる。

$$P_{ii} = \frac{2}{3}\epsilon_p + C_{\phi 1} \frac{\epsilon_p}{k_p} (\overline{u_{pi}^2} - \frac{2}{3}k_p) = \epsilon_p \left[\frac{2}{3} + C_{\phi 1} \left(\frac{2\alpha_i}{\alpha_1 + 2\alpha_2} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (6)$$

P_{ϵ} についても P_{ii} と同様にして、(7) 式のような関係が得られる。さらに、(4) 式の関係を考慮すれば、(8) 式が得られる。

$$P_{\epsilon} = C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon_p^2}{k_p} \quad (7) \quad P_{\epsilon} = \frac{8C_{\epsilon 2}}{(C_D)^{2/3} \sum \alpha_i} \frac{U_p}{d_p} \epsilon_p \quad (8)$$

(8) 式は相間応力項により生成された乱流エネルギーが時間スケール d_p/U_d で散逸することを示しており、係数は粒子の抵抗係数と α_i により影響されることを示している。

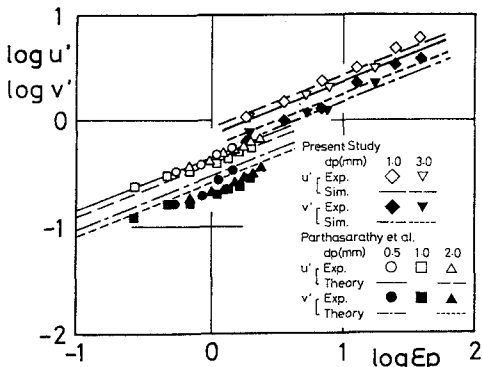


図 1: エネルギー散逸率と乱れ強度の関係

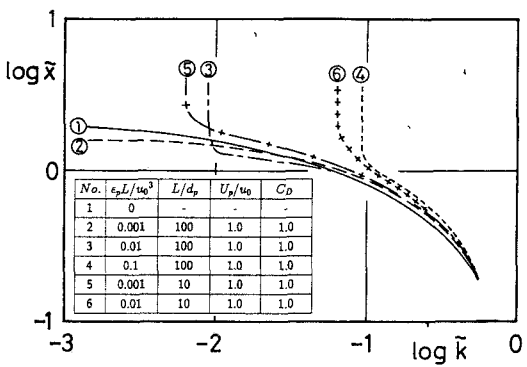


図 2: 乱れエネルギーの減衰曲線の変化

振動格子乱流の乱流に関する速度スケール $u_0 (= fS)$ と長さスケール $L (= \sqrt{SM})$ により、各変数について次のように無次元化する。但し、 f 、 S 、 M はそれぞれ振動格子の周波数、振幅、メッシュ間隔である。

$$\tilde{u}^2 = \frac{\overline{u^2}}{u_0^2} ; \quad \tilde{k} = \frac{k}{u_0^2} ; \quad \tilde{\epsilon} = \frac{L\epsilon}{u_0^3} ; \quad \tilde{x} = \frac{x}{L} ; \quad \tilde{t} = \frac{u_0 t}{L} \quad (9)$$

これらを代入すると、相間応力項 P_{ii} 、 P_c 以外の項については、全ての変数が変数となるだけであり、(1)(2)(3) 式と同様の式形が得られる。粒子流体の相対速度により生じる生成項は次式ようになる。

$$\tilde{P}_{ii} = \frac{L}{u_0^3} P_{ii} = \frac{\epsilon_p L}{u_0^3} \left[\frac{2}{3} + C_{\phi 1} \left(\frac{2\alpha_1}{\alpha_1 + 2\alpha_2} - \frac{2}{3} \right) \right] ; \quad \tilde{P}_c = \frac{L^2}{u_0^4} P_c = C_{\epsilon 2} \frac{L}{d_p} \frac{U_p}{u_0} \tilde{P} \quad (10)$$

但し、 $\tilde{P} = (\sum_i P_{ii})/3$ である。無次元パラメータ $\epsilon_p L/u_0^3$ は粒子により付加される乱流エネルギーの生成率と振動格子乱流のエネルギー散逸率の比率を示している。 L/d_p は振動格子の代表長さスケールと粒子径の比率、 U_p/u_0 は粒子の自由沈降速度と振動格子の速度スケールの比率である。

3. 計算結果

図-1 は粒子を空間的に一様沈降させた場合の乱れエネルギーの散逸率 ϵ_p と乱れ強度との関係を示している。各実験について直線で回帰すれば、筆者ら実験値は P-F より 2 倍程度大きめの値となっている。また、鉛直方向乱れ強度は粒子濃度に関わり無く水平方向の 2 倍程度の規模となっている。

図中の直線は P-F による理論と今回の数値計算結果を示している。P-F は係数 α_i について理論的に $\alpha_1 = 46.72$ 、 $\alpha_2 = \alpha_3 = 21.49$ なる値を導出している。但し、添字 1 は粒子沈降方向であることを、また添字 2, 3 はそれと直行する面内の直交 2 方向であることを示している。今回の実験結果との一致のために、ここでは P-F の 4 倍の値 $\alpha_1 = 190$ 、 $\alpha_2 = \alpha_3 = 86$ を採用した。

図-2 に振動格子乱流に固体粒子を一様に沈降させた場合の計算例を示す。無次元パラメータ $\epsilon_p L/u_0^3$ と L/d_p を変化させた場合の乱れエネルギーの低減曲線の変化を示している。計算条件については図中に示すとおりである。ここでは $\tilde{x} = 0$ での境界条件は $\tilde{u} = 0.67$ 、 $\tilde{k} = 1.0$ 、 $\tilde{\epsilon} = 1.0$ としている。

振動格子のみの CASE1 と比較すると、 $L/d_p = 100$ で $\epsilon_p L/u_0^3$ の小さい CASE2, 3 では、乱れエネルギーは振動格子近傍で大きくなっており、振動格子から離れた領域では小さくなっている。また、CASE2~4 を比べることにより、 $\epsilon_p L/u_0^3$ が増加することにより乱れが抑制される領域では抑制幅は大きくなることがわかる。しかしながら、粒子流体の相対速度による乱れのレベルが大きくなると、乱流強度の抑制される領域がなくなり、全体的に乱流拡散が増加するようになる。また、CASE2, 3, 5, 6 を比較すると、 L/d_p の減少により振動格子から十分離れた領域において乱れが抑制から増幅へ変化していることがわかる。 L/d_p の減少により乱流エネルギーの散逸に関する付加生成項が減少することから、乱流強度が高く保たれることになる。 $\tilde{\epsilon}_p$ が一定であり、乱流エネルギーに対する粒子混入による生成項が同一であることを勘案すれば、乱れの増幅あるいは抑制は粒子混入による乱れエネルギー生成項 P_{ii} と乱れエネルギーの散逸に関する方程式における生成項 P_c の大小関係で決定されるものであると予想される。

参考文献 1) Hinze(1972) : Prog. Heat and Mass Transfer, Vol.6. 2) Parsatharathy and Faeth(1990) : J.Fluid Mech., Vol.220. 3) 玉井・村岡(1994) : 水工学論文集, 第 38 巻.