

II - 281

Euler-Lagrange Couplingによる浮遊砂流の数値シミュレーション

京都大学工学部 正会員 後藤仁志 金沢大学工学部 正会員 辻本哲郎
京都大学工学部 正会員 中川博次 電 源 開 発 正会員 井上裕介

1. まえがき 浮遊砂の混入による平均流速分布形の変化を説明する従来の理論の多くは、支配方程式に浮遊砂の影響項を経験的に導入したものであり、物理的背景は必ずしも明確なものではなかったが、最近、Euler-Eulerカップリングによる固液混相流の乱流モデルを用いた数値シミュレーションにより、浮遊粒子が乱流構造に及ぼす変化を通じて平均流速分布の特性を説明しようとする研究が行われるようになってきた（例えば、岩佐・細田ら¹⁾）。固液混相流的な取り扱いの物理的背景が明確なモデル化という点で示唆的なものであるが、Euler-Eulerカップリングでは固相の離散的な運動を表現できず、固相と液相の相互作用項を直接計算できない。ここではこのような難点を解消するため、個々の砂粒子のランダム運動をLagrange的に追跡するMonte Carloシミュレーションにより固相の運動を表現し、Euler-Lagrangeカップリングによる浮遊砂流のシミュレーションを実施する。

2. シミュレーションの概要 浮遊砂を含む鉛直2次元定常流の基礎方程式（連続式は省略）は、

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= g \left(\sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \Gamma \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} - \frac{F_{dx}}{\rho} \\ U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} &= - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{F_{dy}}{\rho} \\ U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + Pr - \varepsilon + G - \frac{\overline{u f_{dx}} + \overline{v f_{dy}}}{\rho} \\ U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} \left[C_{1\varepsilon} \{ Pr + (1 - C_{3\varepsilon}) G \} + C_{2\varepsilon} \varepsilon - 2\nu C_{4\varepsilon} \left(\frac{\partial F_{dx}}{\partial x} + \frac{\partial F_{dy}}{\partial y} \right) \right] \\ Pr &= v_t \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] ; \quad G = \frac{\sigma - \rho}{\rho} g \frac{v_t}{\sigma_i} \frac{\partial C_m}{\partial y} ; \quad \tilde{f}_{di} = \tilde{C}_m \cdot \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 (\tilde{u}_{pi} - \tilde{u}_i) |\tilde{u}_{pi} - \tilde{u}_i| \end{aligned}$$

で与えられるが、ここではε方程式中の相互干渉項を無視して、 $C_{4\varepsilon}=0.0$ とした。ここに、(U,V)流下方向(x), 鉛直方向(y)の平均流速成分, P:静水圧からの偏差圧力, ρ:水の密度, g:重力加速度, k:乱れエネルギー, ε:乱れエネルギーの逸散率, ν:動粘性係数, $v_t=C_\mu k^2/\varepsilon$:渦動粘性係数, $\Gamma=\nu+v_t$:有効粘性係数, Pr:流体のせん断によるエネルギー生成項, G:浮力によるエネルギー生成項, (F_{dx}, F_{dy}):単位体積中の浮遊粒子が流体に及ぼすx,y方向の平均抗力, ($\overline{u f_{dx}}, \overline{v f_{dy}}$):単位体積中の浮遊粒子が流体に及ぼすx,y方向の抗力の変動成分, C_m :浮遊砂濃度, $\mathbf{u}_p$:浮遊粒子の移動速度ベクトル, $\mathbf{u}$:流速ベクトル, σ:砂の密度, C_D :抗力係数, A_2 :2次元の形状係数, d:砂粒径であり, ~は瞬間値を意味する。モデル定数については、標準値: $C_\mu=0.09, C_{1\varepsilon}=1.44, C_{2\varepsilon}=1.92, \sigma_k=1.0, \sigma_\varepsilon=1.0, C_{3\varepsilon}=0.8, \sigma_i=1.0$ を用いた。

抗力の変動成分については、単純Monte Carloシミュレーションにより浮遊粒子の運動過程をLagrange的に追跡し、各瞬間に粒子に作用する抗力を統計処理して評価する。砂粒子の運動方程式は、

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = - \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}| - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \mathbf{g} A_3 d^3 + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}}{dt}$$

で与えられる。ここに、 C_M :付加質量係数, A_3 :3次元の形状係数である。

計算では、始めに初期水深h, エネルギー勾配 I_e , 断面平均流速 U_m , 浮遊砂濃度 C_m を与えて、流れ場のシミュレーションと浮遊粒子のシミュレーションを交互に繰り返して解の更新が行われる。なお、水深

については、与えられたエネルギー勾配で浮遊砂を含む流れが収束するように逐次補正 ($h_{i+1}/h_i = (I_{ei}/I_e)^{3/10}$; 添字*i*は補正計算の回数, I_{ei} : Reynolds応力分布から求めた底面せん断力から逆算した*i*回目のエネルギー勾配)を行った。

3. シミュレーション結果と考察 図-1は、Vanoni & Nomikos²⁾の実験（表-1参照）と本シミュレーション結果の比較である。図中には比較のために清水流条件での計算結果を表示しているが、実験値は水面に接近するにつれて清水流の解から上方にずれを生じ、いわゆるwakeの顕在化が認められる（この流速分布の変化を、Kármán定数の減少として解釈する研究³⁾も多く見られる）。混相流の計算結果は、水面に極めて近いところでwakeを過小評価するものの、明確なwakeの出現を示して

表-1 計算条件

I_e	0.00282
$h(\text{cm})$	7.44
$U_m(\text{cm/s})$	61.57
$u_*(\text{cm/s})$	3.35
C_m	0.0017
$d(\text{cm})$	0.0105
$\Delta t(\text{s})$	0.20

いる。図-2は、Vanoni & Nomikosの実験と同一の水理条件で、浮遊砂濃度 C_m を変化させた場合の流速分布の変化を示したものであるが、 C_m の増加に伴いwake strengthも増大し、流速分布の変化も顕在化する。

図-3は、 C_m の変化に対するReynolds応力分布の変化を示したものであるが、底面に極めて近いところを除くと濃度の変化に対してReynolds応力分布があまり敏感でないことが理解できる。掃流層中では、平均流の運動方程式の付加項を通じての

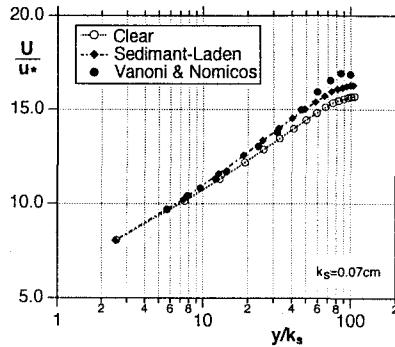


図-1 Vanoni & Nomikosの実験

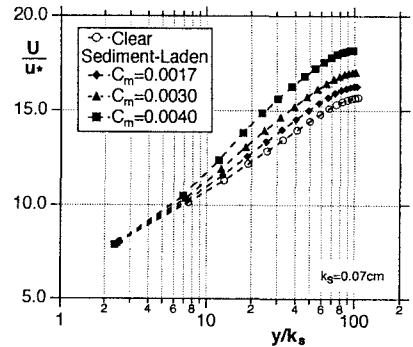


図-2 平均流速分布

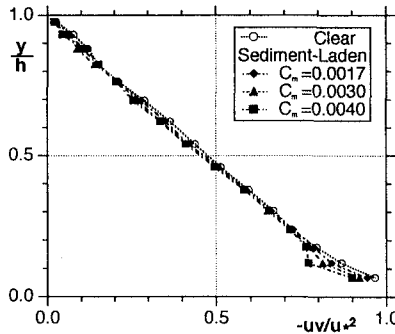


図-3 Reynolds応力分布

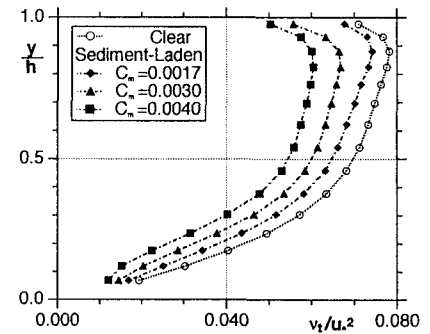


図-4 渦動粘性係数分布

固相・液相間の運動量交換がReynolds応力分布の顕著な変化をもたらす⁴⁾のとは対照的である。図-4は、 C_m の変化に対する渦動粘性係数の変化を示したものであるが、Reynolds応力分布とは対照的に流れ場全体で顕著な変化が認められる。このことは、乱れエネルギーの輸送方程式に導入された相互干渉項（砂粒子に作用する抗力と周囲流体の流速との相関項）の存在により、乱流構造に直接的变化が生じ、それが平均流速分布を変化させるというメカニズムを示唆している。

4. あとがき 本研究では、Euler-Lagrangeカップリングを用いて、乱れエネルギーの輸送方程式に出現する流体・粒子の相互作用項を直接的に評価した浮遊砂流のシミュレーションを実施した。

参考文献：1) 岩佐・細田・坂井：滑面上の浮遊砂を有する開水路流れの抵抗則について，第33回水理講演会論文集，pp. 595-600, 1989. 2) Vanoni & Nomikos: Resistance properties of sediment-laden stream, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 85, HY5, pp. 45-77, 1963. 3) 例えば，日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第92号，pp. 11-22, 1963. 4) 後藤・辻本・中川：流体・粒子相互作用系としての掃流層の数値解析，土木学会論文集，No. 485/II-26, pp. 11-19, 1994.