

II-276 指標に力積を用いた限界掃流力

立命館大学理工学部 学生員 松田浩一 正 員 大同淳之

1. まえがき 流れによって砂礫が動き始める限界の判定は、単位面積中の個数に対して動いた個数の割合¹⁾、あるいは時間当たりに動く確率等で決められているが、必ずしも明確な基準ではない。もともと砂礫の移動限界は、流れ、砂礫の特性及び河床条件が複雑に関係するので、確率的に取り扱うべき現象であるといえるが、その立場に立つとしても可能な限り実際に則したモデル化を行い確率の中身を研究することが必要である。本文では、砂礫がしきい値を乗り越えるために必要な力積を、限界掃流力の基準として採用する。

2. 砂礫が河床から離脱するために必要な力積

(1) 離脱時間 t_c .

図-1に示す点1にある砂礫がしきい値を乗り越えて流れ去るためには点2の位置まで砂礫転がすのに必要な流速 $\bar{u} + u'$ とその継続時間 t_c が必要であるというモデルで砂礫の移動限界を説明することにする。図-1に示す球状の砂礫について運動方程式および中心軸まわりの回転モーメントのつり合い式は砂礫の転動離脱形式を仮定すると次のように表せる。

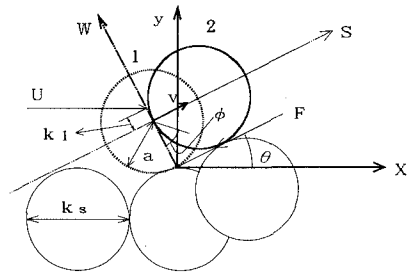


図-1 回転による砂礫の移動モデル

$$M \frac{d^2 S}{dt^2} = C_D \frac{\rho}{2} \pi a^2 (U - V \cos \theta)^2 \cos \theta - (M - M') g \sin \theta - F + C_L \frac{\rho}{2} \pi a^2 (U - V \cos \theta)^2 \sin \theta \quad (1)$$

$$M \frac{d^2 W}{dt^2} = C_L \frac{\rho}{2} \pi a^2 (U - V \cos \theta)^2 \cos \theta - (M - M') g \cos \theta + N - C_D \frac{\rho}{2} \pi a^2 (U - V \cos \theta)^2 \sin \theta \quad (2)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = C_D \frac{\rho}{2} \pi a^2 (U - V \cos \theta)^2 \cdot K_1 + aF \quad (3)$$

ここに、 M : 砂礫の質量、 M' : 砂礫と同体積の水の質量、 θ : 突起による見かけの勾配、 C_D : 抗力係数、 C_L : 揚力係数、 a : 砂礫の半径、 U : x 方向の流速、 V : s 方向の砂礫の移動速度、 F : 接触面の摩擦力、 ω : 角速度、 $K_1 + a$: 流速による力の作用点、 K_1 : 抗力の作用点の中心からの距離で、流速分布が直線で、砂礫の頂部の流速を u_1 、底部の流速を u_2 とすると、

$$K_1 = \frac{(u_2 - u_1)2a}{8(u_2 + u_1)} \text{ と表される。}$$

ここで、砂礫に作用する相対流速は図-2のように直線的に増加するとして考えて、

$$U(z, t) - V(t) \cos \theta = \alpha + kt \quad (4)$$

と表すことにする。これは転がるとき砂礫は乱れが最大になる以前、またはその最大値で転がるのではないかと考えるものである。ここで、 k は比例係数である。 $S = a\phi$, $V = \frac{dS}{dt} = a \frac{d\phi}{dt} = a \cdot \omega$ であるから式

(1)、(2)、(3)、(4)を用いてしきい値を越えるた

めに必要な砂礫の回転角 ϕ_c と、 ϕ_c を生じさせるのに必要な時間 t_c との関係は、

$$\phi_c = \frac{D}{E} \left[\frac{a^2 t_c^2}{2} + \frac{a}{3} k t_c^3 + \frac{k^2}{12} t_c^4 \right] - \frac{H}{E} \frac{t_c^2}{2} \quad (5)$$

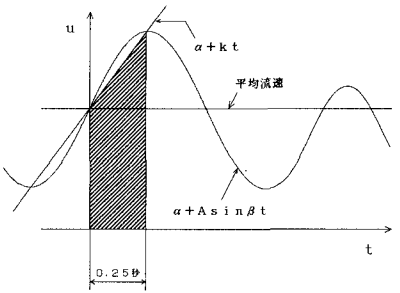


図-2 砂礫に作用する流体力の表示

となる。ここに $D = \langle C_D(a \cos \theta + k_i) + C_L \sin \theta \rangle (\rho/2) \pi a^2$, $E = Ma + I$, $H = a(M - M') g \cos \theta$ である。

(2) Φ_c または S_c の値

Φ_c または S_c は図-1に示すように当該の砂礫を支えている下層の砂礫の配列で定まるものである。この Φ_c は Wiberg²⁾ らに従って、 $\Phi_c = \cos^{-1} \left[\frac{D/k_s + Z_*}{D/k_s + 1} \right]$ と表わす。ここに、 k_s : 低層の粒径、 Z_* : 河床の平均高さである。

3. 実験 限界掃流力を与える乱れと時間との相関関係を調べるために次のような実験を行った。水路は流量や勾配が自由に設定できる幅19.8cm、高さ50cmの長方形断面を有する長さ約8mのものを用いた。あらかじめ安息角を測ったガラス玉を河床上にのせ、そのガラス玉の近く（水の乱れがガラス玉の影響を受けない距離）にプロペラ流速計をガラス玉の中心の高さでセットし、そのガラス玉の限界掃流力に相当する水理条件の水を流して、離脱時間 t_c を測定した。それと同時にプロペラ流速計で流速測定をおこなった。測定した乱れ u' の値は、称津³⁾によって $u'/u_* = 2.30 \exp(-y/n)$ と与えられたものとほぼ同じであった。河床に並べたガラス玉の直径は16mmで、移動の対象にしたガラス玉は3種類である。以下が実験結果である。

実験番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ガラス玉の半径(cm)	1.1				0.8				0.65				
平均流速 (cm/s)	45.90	45.34	40.01	37.35	30.53	27.26	31.65	36.46	37.72	34.13	31.89	38.09	34.44
乱れ (cm/s)	10.0	24.0	5.0	10.0	5.0	6.0	12.0	5.0	8.0	5.0	10.0	15.0	4.5
安息角 (度)	19		18		25.5			24		37		30.5	
u_* (cm/s)	8.806		8.616		8.806			8.616		9.173		8.991	
t_c (理論) (sec)	0.254	0.194	0.334	0.268	0.323	0.317	0.240	0.299	0.253	0.305	0.248	0.191	0.296
t_c (実測値)(sec)	0.243	0.767	0.250	0.726	0.187	0.256	0.887	0.178	0.383	0.394	0.382	0.323	0.447
$\int u dt$	13.23	43.87	10.50	30.88	6.16	7.52	33.80	6.93	16.06	14.61	13.65	14.64	16.73

表中に示すように与えられた水理条件では、理論離脱時間 t_c は、0.2~0.33秒となり、実験による測定と比べるとほぼ同じ値になった。これより、計算により理論離脱時間 t_c は解析でき、そのとき t_c が乱れの周期の1/4、つまり乱れが最大になるまでの時間より小さければ、砂礫は離脱し、大きければ、離脱せずせいぜい揺動するだけであると考えられる。

限界掃流力の基準とは、例えば単位面積にある砂礫の5%が動くときの掃流力とされている¹⁾。本解析では、 θ_c の河床条件に対して t_c を与える力積が存在した時間の総和が、基準時間内で5%であると言い換えることができる。この条件になるときの $\frac{U_*^2}{sgd}$ が、限界掃流力とする。

4. 結論 限界掃流力を説明するモデルとして、一般に摩擦角で表せられる障害を乗り越えるための力積を限界掃流力の基準に選ぶことを提案した。このモデルに従って、乗り越えるために必要な回転角と継続時間を求めた。その結果、式(5)を得た。実際の砂礫の移動限界にこのモデルを適用し、継続時間がほぼ妥当な値であることから、このモデルが十分に使えることを示した。

参考文献

- 1) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究、土木学会論文集、第41号 pp22-38 1956
- 2) Patria L. Wiberg and J. Dungan Smith: Calculations of the Critical Shear Stress for Motion of Uniform and Heterogeneous Sediment.
- 3) Nezu, I and Nakagawa, H: Turbulence in Open-Channel Flows.